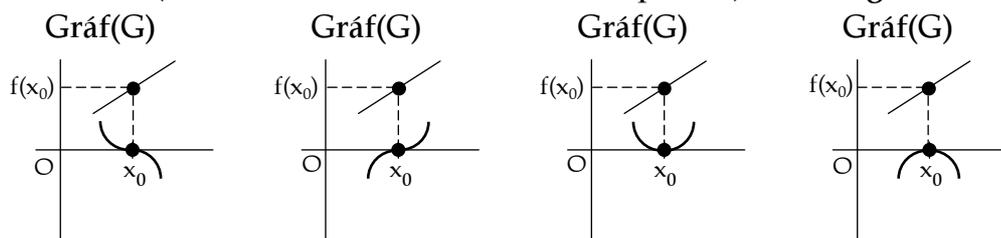


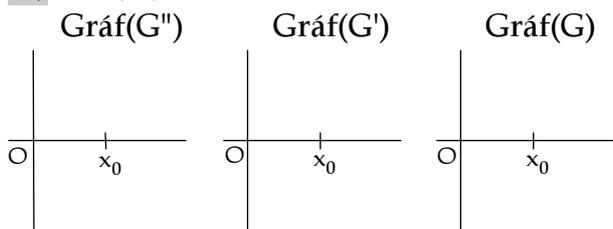
Estudio de la concavidad, la convexidad y los puntos de inflexión

EJERCICIO 1: Dada la gráfica de la función $G(x)=f(x)-f(x_0)-f'(x_0)(x-x_0)$, dibuja¹ la de f e indica su *comportamiento* en x_0 (si es cóncava, convexa o tiene un p. de i.) en los siguientes casos:

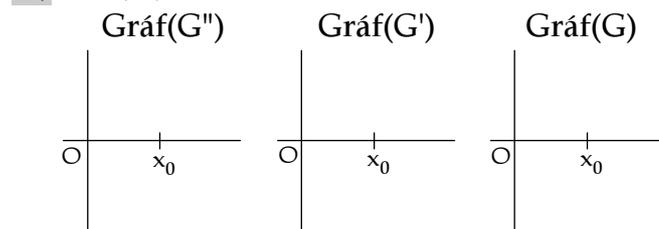


EJERCICIO 2: Con la información que se proporciona y mediante el estudio de la función² G deduce en los siguientes casos el *comportamiento* de f en x_0 :

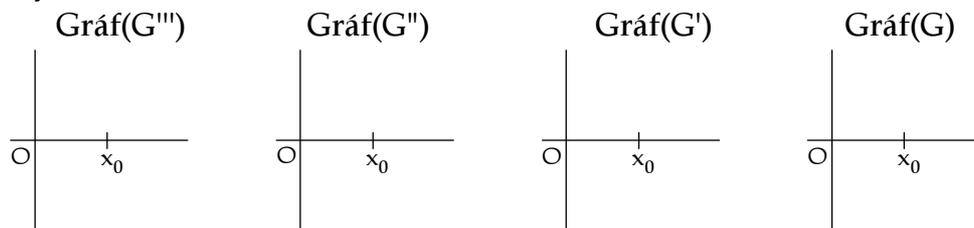
1º Si $f''(x_0) > 0$:



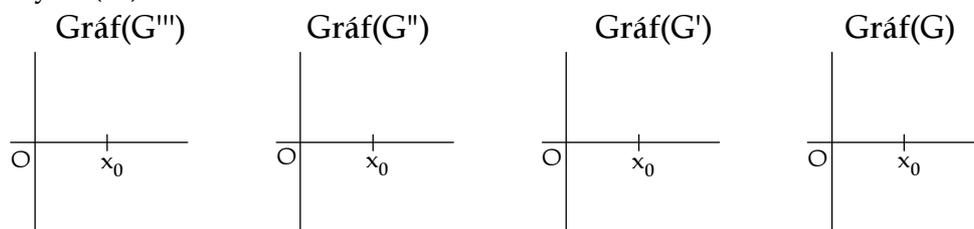
2º Si $f''(x_0) < 0$:



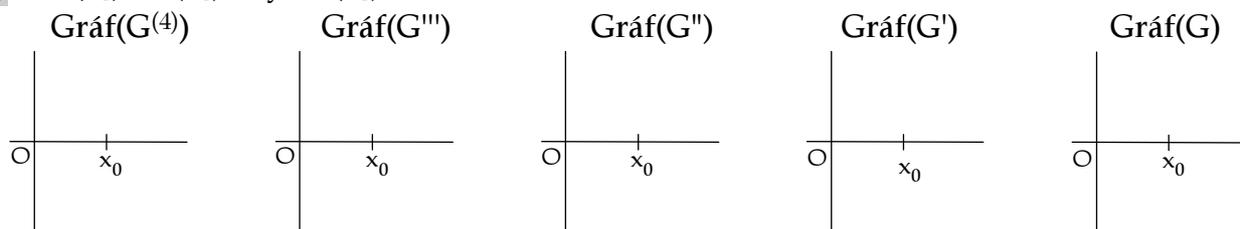
3º Si $f''(x_0) = 0$ y $f'''(x_0) > 0$:



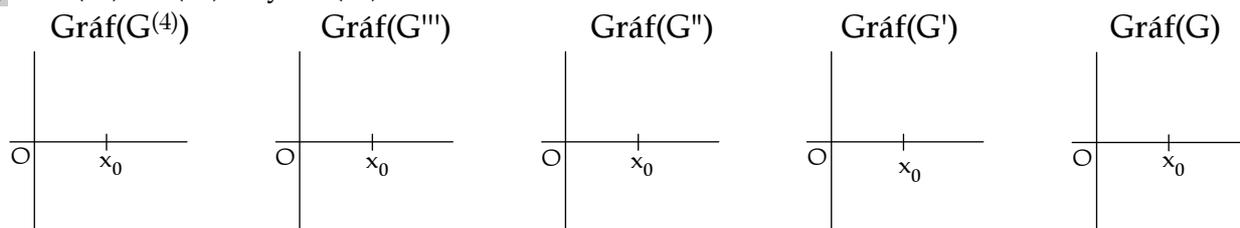
4º Si $f''(x_0) = 0$ y $f'''(x_0) < 0$:



5º Si $f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$ y $f^{(4)}(x_0) > 0$:



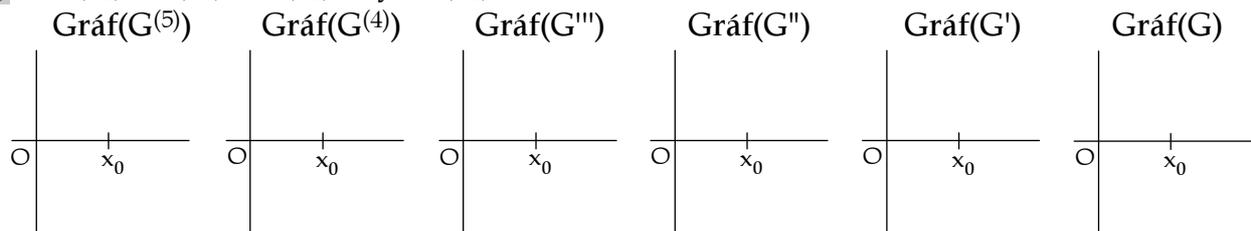
6º Si $f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$ y $f^{(4)}(x_0) < 0$:



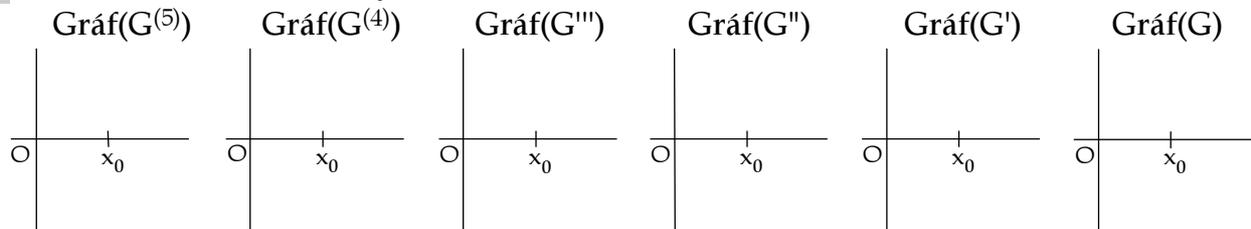
¹ La recta que aparece dibujada es la tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x_0 . Recuerda que su ecuación es: $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$. Y que, por tanto, para cada valor de x , la y de G es igual a la y de f menos la y de la recta tangente.

² Observa que $G(x_0)=G'(x_0)=0$, $G''(x)=f''(x)$, $G'''(x)=f'''(x)$, etc. Por tanto, señala primero gráficamente lo que en cada caso conoczas de la función G y sus derivadas. Después, recordando el significado geométrico de la derivada de una función en un punto, deduce el comportamiento de G en x_0 ; y, puesto que es el mismo por lo visto en el ejercicio 1, el de f .

7° Si $f''(x_0)=f'''(x_0)=f^{(4)}(x_0)=0$ y $f^{(5)}(x_0)>0$:

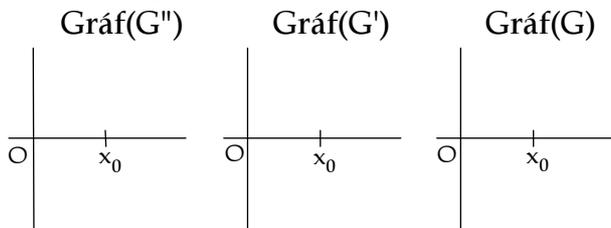


8° Si $f''(x_0)=f'''(x_0)=f^{(4)}(x_0)=0$ y $f^{(5)}(x_0)<0$:

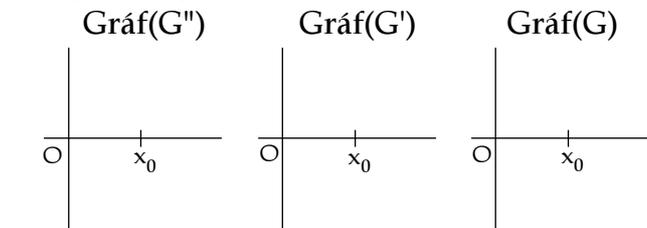


* * *

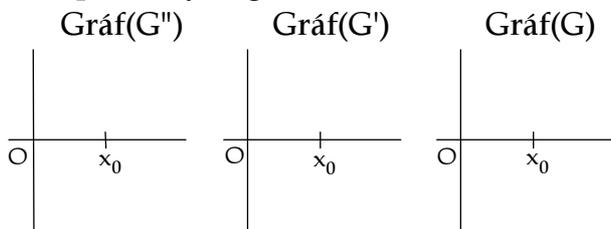
9° Si f' es continua³ en x_0 y f'' es positiva a izquierda y derecha de x_0 :



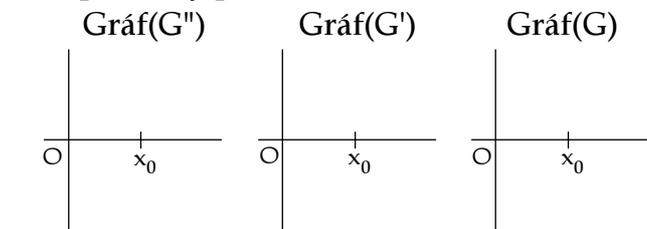
10° Si f' es continua³ en x_0 y f'' es negativa a izquierda y derecha de x_0 :



11° Si f' es continua³ en x_0 y f'' es positiva a la izquierda y negativa a la derecha de x_0 :

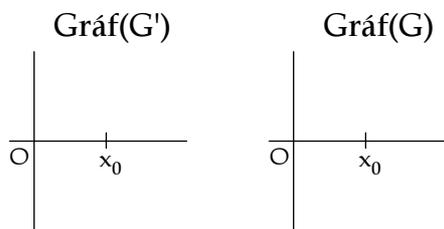


12° Si f' es continua³ en x_0 y f'' es negativa a la izquierda y positiva a la derecha de x_0 :

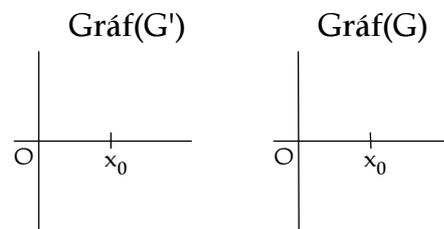


* * *

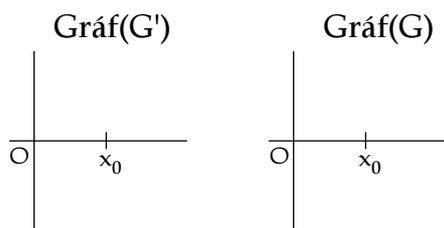
13° Si f' es creciente³ en x_0 :



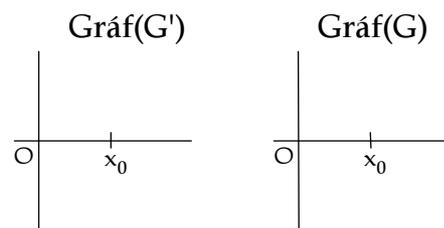
14° Si f' es decreciente³ en x_0 :



15° Si f' tiene un mínimo relativo³ en x_0 :



16° Si f' tiene un máximo relativo³ en x_0 :



³ La función G' también, pues es una traslación vertical de f' ya que $G'(x)=f'(x)-f'(x_0)$.