

- 1) (1p) Estudia y clasifica las discontinuidades de la función:

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{1/(1-x)}}$$

- 2) (1p) Dada la función $f(x)=1-x^2+\arctan(1-x^2)$, prueba que existe un valor $\alpha \in (-1,1)$ tal que $f'(\alpha)=0$. Menciona los resultados teóricos utilizados y justifica su uso.

- 3) (1p) Halla la derivada de la siguiente función en $x=1$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\ln x} & \text{si } x \neq 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

- 4) (1p) Determina los parámetros de la función $y=x^3+bx^2+cx+d$ de modo que $(-1,-1)$ sea un punto de inflexión con tangente paralela a la recta $y=2x+3$.

- 5) (1p) Halla una primitiva de la siguiente función y comprueba el resultado:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$$

6) (1p) Discute y resuelve, en su caso, el sistema:

$$\begin{cases} x+ay+az=1 \\ x+a^2y+z=a \\ ax+ay+z=1 \end{cases}$$

7) (1p) Halla la inversa de la siguiente matriz y comprueba el resultado:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8) (1p) Demuestra la siguiente identidad:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a+3) \cdot (a-1)^3$$

9) (1p) El vector \vec{x} forma con el vector \vec{j} de la base un ángulo obtuso y es perpendicular a los vectores $\vec{a}(4,-2,-3)$ y $\vec{b}(0,1,3)$. Halla sus coordenadas si su módulo es 26.

10) (1p) Dado el triángulo de vértices los puntos $A(1,-1,8)$, $B(2,1,7)$ y $C(4,-4,14)$, halla la ecuación continua de la altura correspondiente al vértice C.

Ejercicio 1: Estudia y clasifica las discontinuidades de la función:

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{1/(1-x)}} \quad (1 \text{ PUNTO})$$

* * *

Solución:

1º) $\text{Dom}(f) = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$:

$$1-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

2º) La función es continua en su dominio, ya que, si $a \in \text{Dom}(f)$:¹

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{1+e^{1/(1-x)}} = \frac{1}{1+e^{1/(1-a)}} = f(a)$$

3º) La función tiene una discontinuidad de salto finito en $x=1$:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{1}{1+e^{1/(1-x)}} = \frac{1}{1+e^{1/0^+}} = \frac{1}{1+e^{+\infty}} = \frac{1}{1+\infty} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{1}{1+e^{1/(1-x)}} = \frac{1}{1+e^{1/0^-}} = \frac{1}{1+e^{-\infty}} = \frac{1}{1+0} = \frac{1}{1} = 1$$

¹ Otra forma de estudiar la continuidad es derivando la función.

Ejercicio 2: Dada la función $f(x)=1-x^2+\arctg(1-x^2)$, prueba que existe $\alpha \in (-1,1)$ tal que $f'(\alpha)=0$. Menciona los resultados teóricos utilizados y justifica su uso. (1 PUNTO)

* * *

Solución:

Primero¹ derivamos la función f :

$$f'(x) = -2x + \frac{1}{1+(1-x^2)^2} \cdot (-2x) = -2x - \frac{2x}{1+(1-x^2)^2} \Rightarrow \text{Dom}(f') = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

Como² la función f satisface las condiciones del **teorema de Rolle**,³ existe α en $(-1,1)$ tal que $f'(\alpha)=0$.

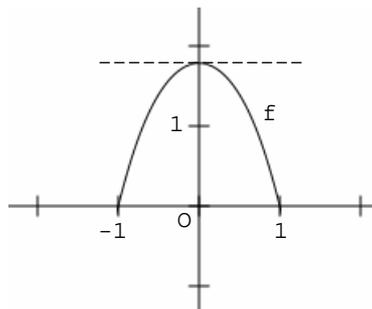
En efecto:

1^a) $f(-1)=f(1)$:

- $f(-1) = 1 - (-1)^2 + \arctg[1 - (-1)^2] = 1 - 1 + \arctg 0 = 0$
- $f(1) = 1 - 1 + \arctg 0 = 0$

2^a) f es continua en $[-1,1]$ por ser derivable en \mathbb{R} .

3^a) f es derivable en $(-1,1)$ por serlo en \mathbb{R} .



¹ En realidad lo primero que hay que hacer es averiguar si $f(-1)$ es o no igual a $f(1)$. Como son iguales, podemos aplicar el teorema de Rolle al intervalo $[-1,1]$, que es lo que hacemos en el texto.

² Observa que $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$. Por tanto, no sería necesario lo que sigue.

³ También podría hacerse el problema probando que la función f' cumple las condiciones del teorema de Bolzano.

Ejercicio 3: Halla la derivada de la siguiente función en $x=1$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\ln x} & \text{si } x \neq 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad (1 \text{ PUNTO})$$

* * *

Solución:

La función es derivable en $x=1$ y su derivada es $f'(1)=1/2$:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x-1}{\ln x} - 1}{x - 1} \stackrel{1}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1 - \ln x}{(x-1) \cdot \ln x} \stackrel{2}{=} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \frac{1}{x}}{\ln x + \frac{x-1}{x}} \stackrel{3}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x \cdot \ln x + x - 1} \stackrel{2}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln x + 1 + 1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

¹ Multiplicamos numerador y denominador por $\ln x$.

² Como sale la indeterminación $0/0$, aplicamos L'Hôpital.

³ Multiplicamos numerador y denominador por x .

Ejercicio 4: Determina los parámetros de la función $y=x^3+bx^2+cx+d$ de modo que $(-1,-1)$ sea un punto de inflexión con tangente paralela a la recta $y=2x+3$.

(1 PUNTO)

* * *

Solución:

Teniendo en cuenta el dato de la pendiente de la recta tangente y la condición necesaria de punto de inflexión, podemos recoger la información en la siguiente tabla:

x	y	y'	y''
-1	-1	2	0

Como $y=x^3+bx^2+cx+d$, entonces $y'=3x^2+2bx+c$ e $y''=6x+2b$.

Como los puntos $(-1,0)$, $(-1,2)$ y $(-1,-1)$ pertenecen, respectivamente, a las gráficas de y'' , y' e y , tenemos lo siguiente:

$$y''(-1)=0 \Rightarrow -6+2b=0 \Rightarrow 2b=6 \Rightarrow b=3$$

$$y'(-1)=2 \Rightarrow 3-2b+c=2 \Rightarrow -2b+c=-1 \stackrel{1}{\Rightarrow} -6+c=-1 \Rightarrow c=5$$

$$y(-1)=-1 \Rightarrow -1+b-c+d=-1 \Rightarrow b-c+d=0 \stackrel{2}{\Rightarrow} 3-5+d=0 \Rightarrow d=2$$

¹ Ya que $b=3$.

² Ya que $b=3$ y $c=5$.

Ejercicio 5: Halla una primitiva de la siguiente función y comprueba el resultado:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$$

(1 PUNTO)

* * *

Solución:

Para eliminar la raíz, hacemos el siguiente cambio de variable:

$$x-1=t^2 \Rightarrow x=1+t^2 \Rightarrow dx=2t \cdot dt$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{x-1}}{x} \cdot dx &= \int \frac{t}{1+t^2} \cdot 2t \cdot dt = 2 \cdot \int \frac{t^2}{1+t^2} \cdot dt \stackrel{1}{=} 2 \cdot \int \frac{1+t^2-1}{1+t^2} \cdot dt = \\ &= 2 \cdot \int \left(\frac{1+t^2}{1+t^2} - \frac{1}{1+t^2} \right) \cdot dt = 2 \cdot \int \left(1 - \frac{1}{1+t^2} \right) \cdot dt = 2 \cdot \int 1 \cdot dt - 2 \cdot \int \frac{1}{1+t^2} \cdot dt \stackrel{2}{=} \\ &= 2t - 2 \cdot \arctan t + C \stackrel{3}{=} 2 \cdot \sqrt{x-1} - 2 \cdot \arctan \sqrt{x-1} + C \end{aligned}$$

Comprobación:

$$\begin{aligned} (2 \cdot \sqrt{x-1} - 2 \cdot \arctan \sqrt{x-1})' &= 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x-1}} - 2 \cdot \frac{1}{1+x-1} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x-1}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{x \cdot \sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{x \cdot \sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x-1}}{x} \end{aligned}$$

¹ Sumamos y restamos la unidad al numerador. Se llega al mismo resultado dividiendo t^2 entre t^2+1 .

² La primera integral es inmediata de tipo potencial y la segunda, inmediata de tipo arco tangente.

³ Deshacemos el cambio.

Ejercicio 6: Discute y resuelve, en su caso, el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+ay+az=1 \\ x+a^2y+z=a \\ ax+ay+z=1 \end{cases} \quad (1 \text{ PUNTO})$$

* * *

Solución:

Aplicamos el método de Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & a & a & | & 1 \\ 1 & a^2 & 1 & | & a \\ a & a & 1 & | & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{1} \begin{pmatrix} 1 & a & a & | & 1 \\ 0 & a^2-a & 1-a & | & a-1 \\ 0 & a-a^2 & 1-a^2 & | & 1-a \end{pmatrix} \xrightarrow{2} \begin{pmatrix} 1 & a & a & | & 1 \\ 0 & a^2-a & 1-a & | & a-1 \\ 0 & 0 & 2-a-a^2 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{3}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a^2-a=0 \Rightarrow a \cdot (a-1)=0 \Rightarrow a=0, a=1 \\ a^2+a-2=0 \xrightarrow{4} (a-1) \cdot (a+2)=0 \Rightarrow a=1, a=-2 \end{cases}$$

Estudiamos los distintos casos:

1º) Si $a=-2$, el sistema es compatible indeterminado y la solución depende de un parámetro:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & | & 1 \\ 0 & 6 & 3 & | & -3 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{5} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & | & 1 \\ 0 & 2 & 1 & | & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x-2y-2z=1 \\ 2y+z=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1+2y+2z \\ z=-1-2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1-2\alpha \\ y=\alpha \\ z=-1-2\alpha \end{cases}$$

2º) Si $a=0$, el sistema es incompatible:⁶

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \\ 0 & 0 & 2 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{7} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \\ 0 & 0 & 0 & | & 2 \end{pmatrix}$$

3º) Si $a=1$, el sistema es compatible indeterminado y la solución depende de dos parámetros:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow x+y+z=1 \Rightarrow x=1-y-z \Rightarrow \begin{cases} x=1-\alpha-\beta \\ y=\alpha \\ z=\beta \end{cases}$$

4º) En los demás casos el sistema es compatible determinado:

$$\begin{cases} x+ay+az=1 \\ a(a-1)y+(1-a)z=a-1 \\ (2-a-a^2)z=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{z=0} \Rightarrow a(a-1)y=a-1 \Rightarrow y=\frac{a-1}{a(a-1)} \Rightarrow \boxed{y=\frac{1}{a}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=1-ay=1-a \cdot \frac{1}{a}=1-1 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

¹ 2^af-1^af ; $3^af-a \cdot 1^af$.

² 3^af+2^af .

³ Como no se puede dividir por cero, tenemos que calcular los valores del parámetro que anulan los coeficientes de las incógnitas que tenemos que despejar luego (caso 4º).

⁴ Factorizamos el polinomio.

⁵ $2^af \cdot 1/3$. Suprimimos la última ecuación por trivial.

⁶ Ya que la tercera ecuación es incompatible.

⁷ $3^af-2 \cdot 2^af$.

Ejercicio 7: Halla la inversa de la siguiente matriz y comprueba el resultado:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1 PUNTO)

* * *

Solución:

Como $|A| \neq 0$, la matriz A es inversible:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

Por tanto:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{1} A^* = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{2} (A^*)' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow A^{-1} = \frac{(A^*)'}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}}{4} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ -1/4 & 1/2 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Comprobación:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ -1/4 & 1/2 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+0 & 0+0+0 & -1+0+1 \\ 1/2-1/2+0 & 0+1+0 & -1/2-1/2+1 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

* * *

También puede hacerse por Gauss:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{3} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & | & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & | & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{5} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & | & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{6} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1/4 & 1/2 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ -1/4 & 1/2 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

¹ Calculamos la adjunta de A.

² Calculamos la traspuesta de la adjunta de A.

³ $2^{af} \cdot 2$.

⁴ $2^{af} - 1^{af}$.

⁵ $2^{af} - 3^{af}$; $1^{af} - 3^{af}$.

⁶ $1^{af} \cdot 1/2$; $2^{af} \cdot 1/4$.

Ejercicio 8: Demuestra la siguiente identidad:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a+3) \cdot (a-1)^3 \quad (1 \text{ PUNTO})$$

* * *

Solución:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \stackrel{1}{=} \begin{vmatrix} 3+a & 1 & 1 & a \\ 3+a & 1 & a & 1 \\ 3+a & a & 1 & 1 \\ 3+a & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \stackrel{2}{=} \begin{vmatrix} 3+a & 1 & 1 & a \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \\ 0 & a-1 & 0 & 1-a \\ 0 & 0 & 0 & 1-a \end{vmatrix} \stackrel{3}{=} \\ & = - \begin{vmatrix} 3+a & 1 & 1 & a \\ 0 & a-1 & 0 & 1-a \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \\ 0 & 0 & 0 & 1-a \end{vmatrix} \stackrel{4}{=} \begin{vmatrix} 3+a & 1 & 1 & a \\ 0 & a-1 & 0 & 1-a \\ 0 & 0 & a-1 & 1-a \\ 0 & 0 & 0 & a-1 \end{vmatrix} \stackrel{5}{=} (3+a) \cdot (a-1)^3 \end{aligned}$$

¹ $1^a c + 2^a c + 3^a c + 4^a c$.

² $2^a f - 1^a f$; $3^a f - 1^a f$; $4^a f - 1^a f$.

³ $2^a c \leftrightarrow 3^a c$. También puede hacerse desarrollando el determinante por los elementos de la primera columna

⁴ Multiplicamos la última fila por -1 .

⁵ El determinante de una matriz triangular es igual al producto de los elementos de la diagonal principal.

Ejercicio 9: El vector \vec{x} forma con el vector \vec{j} de la base un ángulo obtuso y es perpendicular a los vectores $\vec{a}=(4,-2,-3)$ y $\vec{b}=(0,1,3)$. Halla sus coordenadas si su módulo es 26.

(1 PUNTO)

* * *

Solución:Calculamos $\vec{a} \wedge \vec{b}$:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -3\vec{i} - 12\vec{j} + 4\vec{k} = (-3, -12, 4)$$

Como el vector \vec{x} es perpendicular a los vectores \vec{a} y \vec{b} , es colineal¹ con $\vec{a} \wedge \vec{b}$. Por tanto:

$$\vec{x} = \alpha(-3, -12, 4) = (-3\alpha, -12\alpha, 4\alpha)$$

Como el módulo de \vec{x} es 26:

$$|\vec{x}| = 26 \Rightarrow \sqrt{9\alpha^2 + 144\alpha^2 + 16\alpha^2} = 26 \Rightarrow 169\alpha^2 = 676 \Rightarrow \alpha^2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{x}_1 = (-6, -24, 8) \\ \vec{x}_2 = (6, 24, -8) \end{cases}$$

Por último, como el vector \vec{x} y el vector $\vec{j}=(0,1,0)$ de la base forman un ángulo obtuso, su producto escalar es negativo:

$$\begin{cases} \vec{x}_1 \cdot \vec{j} = (-6, -24, 8) \cdot (0, 1, 0) = -24 \\ \vec{x}_2 \cdot \vec{j} = (6, 24, -8) \cdot (0, 1, 0) = 24 \end{cases} \Rightarrow \vec{x} = (-6, -24, 8)$$

¹ Tiene la misma dirección.

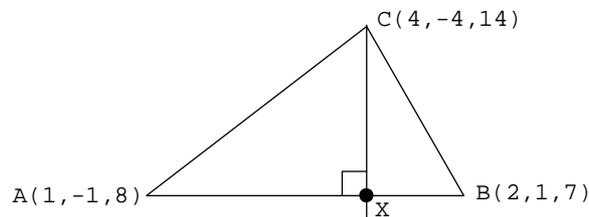
Ejercicio 10: Dado el triángulo de vértices los puntos $A(1,-1,8)$, $B(2,1,7)$ y $C(4,-4,14)$, halla la ecuación continua de la altura correspondiente al vértice C .

(1 PUNTO)

* * *

Solución:

Sea ABC el triángulo dado. Trazamos la altura correspondiente al vértice C que corta al lado opuesto en X :



El plano ABC , que está determinado por el punto $A(1,-1,8)$ y los vectores $[\vec{AB}]=(1,2,-1)$ y $[\vec{AC}]=(3,-3,6)$, tiene por ecuación:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-8 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 9(x-1) - 9(y+1) - 9(z-8) = 0 \Rightarrow x-1-y-1-z+8=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-y-z+6=0$$

El plano que pasa por C y es perpendicular a la recta AB tiene por vector característico $[\vec{AB}]=(1,2,-1)$. Por tanto, su ecuación es:

$$x+2y-z+D=0 \Rightarrow 4-8-14+D=0 \Rightarrow D=18 \Rightarrow x+2y-z+18=0$$

La altura CX es la intersección de ambos planos:

$$\begin{cases} x-y-z=-6 \\ x+2y-z=-18 \end{cases} \xrightarrow{1} \begin{cases} x-y-z=-6 \\ 3y=-12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-6-4+z \\ y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-10+\alpha \\ y=-4 \\ z=\alpha \end{cases} \Rightarrow \frac{x+10}{1} = \frac{y+4}{0} = \frac{z}{1}$$

* * *

También puede calcularse la altura hallando directamente un vector direccional de ésta: el producto vectorial de $[\vec{AB}]$ y $[\vec{AB}] \wedge [\vec{AC}]$, ya que ambos vectores son perpendiculares a dicha recta. O calculando el punto X como intersección de la recta AB y el plano perpendicular a ella que pasa por C ; o teniendo en cuenta que los vectores $[\vec{AB}]$ y $[\vec{CX}]$ son perpendiculares; o considerando que $[\vec{AX}]$ es la proyección de $[\vec{AC}]$ sobre $[\vec{AB}]$; o fijándose en que X es el punto de la recta AB más próximo a C ; o aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo ACX (en este caso, además de X , te saldrá como solución extraña A).²

¹ A la segunda ecuación le resto la primera.

² Al aplicar el teorema de Pitágoras al triángulo ACX , siempre sale como una de las soluciones el punto A de la recta AB , ya que, si en la fórmula del teorema, sustituyes X por A , se obtiene $AA^2+AC^2=AC^2$, esto es, $AC^2=AC^2$, lo que siempre es cierto.