

Índice: *Matrices. Tipos de matrices.*

1.- Matrices

Una *matriz de m filas y n columnas* es una tabla del tipo:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Los componentes de la tabla se llaman *elementos* de la matriz.

Cada elemento tiene dos subíndices. El primero indica la fila en la que está el elemento y el segundo, la columna. Así, a_{21} , que se lee "a sub dos uno", es el elemento que está en la segunda fila y en la primera columna.

Una matriz con m filas y n columnas se dice que es de *orden* $m \times n$ (m por n). Por ejemplo, la siguiente matriz es de orden 2×3 :

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 7 \\ 5 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

Escribiremos abreviadamente la matriz anterior así: (a_{ij}) , donde se sobrentiende que $1 \leq i \leq m$ y que $1 \leq j \leq n$. También representaremos las matrices con letras mayúsculas.

Dos matrices cualesquiera, (a_{ij}) y (b_{ij}) , son *iguales*, y se escribe $(a_{ij}) = (b_{ij})$, si se cumplen las dos condiciones siguientes:

1ª) Son del mismo orden.

2ª) $a_{ij} = b_{ij}$, cualesquiera que sean i y j .

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Observa que a_{ij} es el elemento que se encuentra en la fila i -ésima y en la columna j -ésima, mientras que (a_{ij}) es toda la matriz.

2.- Tipos de matrices

- Se llama *matriz fila* a cualquier matriz de orden $1 \times n$:

$$(a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n)$$

Por ejemplo:

$$(3 \ 0 \ -1)$$

- Se llama *matriz columna* a cualquier matriz de orden $m \times 1$:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_m \end{pmatrix}$$

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

- Una matriz de n filas y n columnas se llama *matriz cuadrada de orden n* . Por contraposición, las matrices que no son cuadradas se llaman *rectangulares*.

Por ejemplo:

Matriz cuadrada

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Matriz rectangular

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

En una matriz cuadrada de orden n , se llama *diagonal principal* a la formada por los elementos $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$. La otra diagonal se llama *secundaria*:

Diagonal principal

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 8 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Diagonal secundaria

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 8 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

- Una matriz cuadrada se llama *triangular* si todos los elementos que se encuentran por debajo, o por encima, de la diagonal principal son ceros.

Por ejemplo:

Triangular superior

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 0 & -6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Triangular inferior

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

- Una matriz *diagonal* es una matriz cuadrada en la que todos los elementos que no están en la diagonal principal son ceros.

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- Una matriz *escalar* es una matriz diagonal en la que todos los elementos de la diagonal principal son iguales.

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

• Una matriz *unidad* es una matriz escalar cuyos elementos de la diagonal principal son todos 1. Se representa por I.

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

• Una matriz *nula* es una matriz cuyos elementos son 0. Se representa por 0.

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

• Una matriz *escalonada por filas* es una matriz en la que el primer elemento no nulo de cada fila (llamado *pivote*) está precedido de más elementos nulos que en la fila anterior.¹

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 2 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

• Una matriz *escalonada reducida por filas* es una matriz escalonada por filas cuyos pivotes valen 1 y todos los elementos que se encuentran situados por encima de cada pivote valen 0.²

Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

¹ Estas matrices las hemos utilizado al aplicar el método de Gauss. Una definición similar se puede dar de matrices escalonadas por columnas, pero que no utilizaremos.

² Estas matrices aparecerán más adelante cuando veamos el método de Gauss-Jordan. Una definición similar se puede dar de matrices escalonadas reducidas por columnas, pero no las utilizaremos.