

Ecuaciones resueltas

1.- Resolver:

$$\begin{cases} x^2 + xy = 35 \\ y^2 + xy = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + xy = 35 \\ y^2 + xy = 14 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{35 - x^2}{x} \\ \left(\frac{35 - x^2}{x} \right)^2 + x \left(\frac{35 - x^2}{x} \right) = 14 \end{array} \right\} \left(\frac{35 - x^2}{x} \right)^2 + 35 - x^2 = 14$$

$$\frac{1225 + x^4 - 70x^2}{x^2} + 21 - x^2 = 0 \Rightarrow \frac{1225 + x^4 - 70x^2 + 21x^2 - x^4}{x^2} = \frac{0}{x^2}$$

$$-49x^2 = -1225 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1225}{49}} = \pm \sqrt{25} = \pm 5 \Rightarrow y = \frac{35 - (\pm 5)^2}{\pm 5} = \pm 2$$

2.- Resuelve la ecuación

$$\frac{x+1}{3x-6} - \frac{x-1}{2x-4} = \frac{10-x^2}{6x^2-24}$$

$$\frac{2(x+1)(x+2) - 3(x-1)(x+2)}{6(x+2)(x-2)} = \frac{10-x^2}{6(x+2)(x-2)} \quad , 2x^2 + 6x + 4 - 3x^2 - 3x + 6 = 10 - x^2$$

$$3x = 0 \quad , \quad x = 0$$

La solución obtenida es válida ya que no anula los denominadores

3.- Resuelve la ecuación

$$\frac{40}{\sqrt{x-20}} = \sqrt{x-20} - \sqrt{x} \quad , \quad \frac{40}{\sqrt{x-20}} = \frac{(\sqrt{x-20})^2 - \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-20}}{\sqrt{x-20}}$$

$$40 = x - 20 - \sqrt{x(x-20)} \quad , \quad \sqrt{x^2 - 20x} = x - 20 - 40 \quad , \quad (\sqrt{x^2 - 20x})^2 = (x - 60)^2$$

$$x^2 - 20x = x^2 - 120x + 3600 \quad , \quad 100x = 3600 \quad , \quad x = 36$$

Comprobamos la solución: $\frac{40}{\sqrt{36-20}} = \sqrt{36-20} - \sqrt{36}$

$$\frac{40}{4} \neq 4 - 6 \quad , \quad \text{que en este caso no es válida}$$

4.- Resolver:

a) $\sqrt{28+2x} = \sqrt{21+x} - 1$

$$(\sqrt{28+2x})^2 = (\sqrt{21+x} - 1)^2 \quad , \quad 28+2x = (\sqrt{21+x})^2 - 2\sqrt{21+x} + 1 \quad ,$$

$$28+2x-21-x-1 = -2\sqrt{21+x} \quad , \quad (x+6)^2 = (-2\sqrt{21+x})^2$$

$$x^2 + 12x + 36 = 84 + 4x \quad , \quad x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 192}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{256}}{2} = \frac{-8 \pm 16}{2} = \begin{cases} 4 \\ -12 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:.....y vemos que la primera no es válida

$$b) \quad x^2 = \frac{12}{x^2 + 1}$$

$$x^2(x^2 + 1) = 12, \quad x^4 + x^2 - 12 = 0,$$

$$x^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ -4 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

$$c) \quad \frac{2(2x-1)}{4x - \frac{(4x-1)^2}{2(2x+1)}} = x, \quad \frac{2(2x-1)}{8x(2x+1) - (16x^2 - 8x + 1)} = x, \quad \frac{4(2x+1)(2x-1)}{16x^2 + 8x - 16x^2 + 8x - 1} = x$$

$$4(4x^2 - 1) = x(16x - 1), \quad 16x^2 - 4 = 16x^2 - x, \quad x=4$$

5.- Resolver las siguientes ecuaciones:

$$a) \quad \frac{1}{6} \left[2x - 1 - 3 \cdot \left(\frac{5x}{3} - 1 \right) \right] + (x - 3) \cdot 2 + 6 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6} \left[2x - 1 - \cancel{3} \cdot \left(\frac{5x - 3}{\cancel{3}} \right) \right] + (x - 3) \cdot 2 + 6 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6} [2x - 1 - 5x + 3] + 2x - \cancel{6} + \cancel{6} = \frac{1}{3}; \quad \frac{-3x + 2 + 12x}{6} = \frac{2}{6}$$

$$9x = 0; \quad x = \frac{0}{9} = 0$$

$$b) \quad \frac{3-x}{3} + 4 \left\{ x - 2 \left[\frac{x-2}{3} - 3 \left(1 - \frac{x}{6} \right) \right] - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right\} = 23$$

$$\frac{3-x}{3} + 4 \left\{ x - 2 \left[\frac{x-2}{3} - 3 \left(\frac{6-x}{6} \right) \right] - \left(\frac{2x+1}{2} \right) \right\} = 23$$

$$\frac{3-x}{3} + 4 \left\{ x - 2 \left[\frac{2(x-2) - 3(6-x)}{6} \right] - \frac{2x+1}{2} \right\} = 23$$

$$\frac{3-x}{3} + 4 \left\{ x - \frac{2(2x-4-18+3x)}{6} - \frac{2x+1}{2} \right\} = 23$$

$$\frac{2(3-x) + 4[6x - 2(5x-22) - 3(2x+1)]}{6} = \frac{138}{6}$$

$$6 - 2x + 24x - 40x + 176 - 24x - 12 = 138$$

$$-42x = -42 \quad x = -1$$

6.- Resolver:.

$$a) \frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{x-2}{x+3}; \quad \frac{(x-3)^2 - (x+3)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x+3)(x-3)};$$

$$x^2 - 6x + 9 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 5x + 6; \quad x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{cases} x = 6 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$b) \frac{x^2(2x-5)}{x+1} = \frac{9(1-x)}{2x+5}$$

$$x^2(2x-5)(2x+5) = 9(1-x)(1+x); \quad x^2(4x^2-25) = 9(1-x^2)$$

$$4x^4 - 25x^2 - 9 + 9x^2 = 0; \quad 4x^4 - 16x^2 - 9 = 0; \quad x^2 = z \Rightarrow 4z^2 - 16z - 9 = 0$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{16 \pm \sqrt{256 + 144}}{8} = \frac{16 \pm 20}{8} = \begin{cases} z = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9}{2}} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ z = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{1}{2}} \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

Problemas resueltos

1.- Hallar dos números tales que su cociente sea igual a su diferencia y que uno de ellos sea igual al quintuplo del otro más seis.

SOLUCIÓN.-

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = x - y \\ x = 5y + 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = y(x - y) \\ x = 5y + 6 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 5y + 6 = y(5y + 6 - y) \Rightarrow 5y + 6 = 4y^2 + 6y \Rightarrow 4y^2 + y - 6 = 0 \end{array}$$

2.- Un comerciante compra por 16.200 ptas. una partida de sacos de café. Una segunda partida le cuesta la misma cantidad, pero cada saquito de éstos le cuesta 270 ptas. más, y la partida consta de dos sacos menos. Calcular el precio de un saco de la nueva partida.

SOLUCIÓN.-

Sean : y : nº de sacos de la primera partida (1ª vez que compra). Entonces $y - 2$ es el nº de sacos de la segunda partida.
 x : precio de cada saco de la 1ª partida. Entonces $x + 270$ es el precio de cada saco de la segunda partida

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 16.200 \\ (x + 270) \cdot (y - 2) = 16.200 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \cdot y = 16.200 \\ xy - 2x + 270y - 540 = 16.200 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} xy = 16.200 \\ 16.200 - 2x + 270y - 540 - 16.200 = 0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 16.200 \\ 270y - 540 = 2x \end{array} \right\} \begin{array}{l} (135y - 270) \cdot y = 16.200 \\ x = 135y - 270 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 135y^2 - 270y - 16.200 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 120 = 0 \end{array}$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (-120)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{484}}{2} = \frac{2 \pm 22}{2} = \begin{cases} y = 12 \Rightarrow x = 135 \cdot 12 - 270 = 1350 \\ y = -10 \Rightarrow \text{No} \end{cases}$$

Entonces el precio de un saco de la nueva partida es $x + 270 = 1350 + 270 = 1620 \text{pts}$

3.- Un poste tiene bajo tierra $\frac{2}{7}$ de su longitud, $\frac{2}{5}$ del resto sumergido en agua y la parte emergente mide 6 m. Hallar la longitud del poste.

Sea x la longitud del poste:

$$\frac{2}{7}x + \frac{2}{5}\left(x - \frac{2}{7}x\right) + 6 = x \Rightarrow x = 14m$$

4.- La edad del hijo más la tercera parte de la edad del padre suman 22 años. Dentro de 6 años la edad del padre excederá al duplo de la del hijo en 10 años. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?:

Sea x la edad del hijo e y la edad del padre:

$$\left. \begin{array}{l} x + \frac{1}{3}y = 22 \\ y + 6 = 2(x + 6) + 10 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 3x + y = 66 \\ y + 6 = 2x + 12 + 10 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 3x + y = 66 \\ y = 2x + 18 \end{array} \right\} 3x + 2x + 18 = 66 \Rightarrow 5x = 50$$

$$x = 10 \text{ años el hijo}$$

$$y = 2 \cdot 10 + 18 = 38 \text{ años el padre}$$

5.- Hallar un número de dos cifras sabiendo que si lo sumamos con el número que resulta de invertir el orden de sus cifras, obtenemos 66 y si lo multiplicamos por ese número, obtenemos 1008.

$$\left. \begin{array}{l} (10x + y) + (10y + x) = 66 \\ (10x + y)(10y + x) = 1008 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 11x + 11y = 66 \\ 100xy + 10x^2 + 10y^2 + xy = 1008 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ 101xy + 10x^2 + 10y^2 = 1008 \end{array} \right\}$$

$$y = 6 - x$$

$$101x(6 - x) + 10x^2 + 10(6 - x)^2 = 1008$$

$$606x - 101x^2 + 10x^2 + 360 - 120x + 10x^2 - 1008 = 0$$

$$-81x^2 + 486x - 648 = 0, \text{ Dividimos los dos miembros por } 81$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} 4 \Rightarrow y = 6 - x = 6 - 4 = 2 \\ 2 \Rightarrow y = 6 - 2 = 4 \end{cases}$$

Las soluciones son los números: **42** y **24**

6.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo es de 26 m. y la suma de sus catetos es 34 m. Hallar los catetos.

Sean x e y los catetos:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 34 \\ x^2 + y^2 = 26^2 \end{array} \right\} y = 34 - x \Rightarrow x^2 + (34 - x)^2 = 26^2 \Rightarrow x^2 + 1156 - 68x + x^2 = 676$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 68x + 480 = 0 \Rightarrow x = \frac{68 \pm \sqrt{4624 - 1920}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{68 + 28}{4} = 48 \text{ no es posible} \\ x = \frac{68 - 28}{4} = 10 \Rightarrow y = 24 \end{cases}$$