

Hoja de repaso de límites y continuidad

1º BT B CC_NN

1.- Hallad los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x^2}}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{3x + 2} \right)^{x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x + 4} - 2}{\sqrt{x + 1} - 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{5x^2 - 2x} - 3x \right]$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^2 - 1}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 2}{3 + 2x} \right)^{x+1}$

2.- Estudiar la continuidad y estudiar que clase de discontinuidad presenta las siguientes funciones:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x} & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 2 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 3x+1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 3a + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 4x^2 + ax + b & \text{si } 1 < x < 2 \\ 3x + b & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

3.- Hallar las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 3}$

4.- Hallad la Tasa de Variación Media de las siguientes funciones en los intervalos dados:

a) $f(x) = \ln x$ en $[1, e]$

b) $f(x) = \frac{x^3 + 2x - 1}{x + 2}$ en $[1, 3]$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 3}$ en $[0, 3]$

d) $f(x) = \text{sen}(2x)$ en $[0, \pi]$

5.- Hallad, aplicando la definición, de Tasa de Variación Instantánea de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = 2x^2 - x + 3$ en $x = 2$

b) $f(x) = x^2 - x + 2$ en $x = -2$

c) $f(x) = 2x^3 - x^2$ en $x = 1$ d) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ en $x = 2$

6.- Hallad las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 2}{x^3 - 4x}$

b) $f(x) = (x^2 + 3x)^4 x^2$

c) $f(x) = \left(\frac{x^2 - 2}{3x}\right)^{-4}$

d) $f(x) = (x^3 + 2x)^3 (x^2 + 4)^4$

e) $f(x) = \sqrt{\frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}}$

f) $f(x) = \frac{x^3}{e^{-2x}}$

g) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x+2}{x^2} - 5\right)$

h) $f(x) = \ln\left(\frac{e^x + x}{e^x - x}\right)$

i) $f(x) = x^{-3} \operatorname{sen}(\sqrt{x})$

j) $f(x) = \operatorname{arcsen}\sqrt{\frac{3x}{x^2 - 3}}$

7.- Hallad las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \tan(x^2 - 3x - 2)^2$

b) $f(x) = 2\sqrt{5x^2 + x + 2}$

c) $f(x) = \cos\left(\ln\left(\sqrt{\frac{3x^2 + 3x - 2}{2x - 5}}\right)\right)$

d) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{e^{\frac{x+2}{x^2}}}{x^2 - 3}\right)$

8.- Hallad la recta tangente y normal a la función $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ en $x = 3$

9.- Averiguar en que puntos la tangente a la función $f(x) = x^3 - 2x^2$ es paralela a la recta $y = -1x + 3$