

1.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$,

- Hallar la matriz AB^t donde B^t indica la matriz traspuesta de B, ¿Es inversible?
- Hallar el rango de la matriz A^tD .

2.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$. Calcúlese el determinante de A sabiendo que $A^2 - 2 \cdot A + Id = 0$, donde Id es la matriz identidad y 0 es la matriz nula.

3.- Dadas las dos matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, se define la matriz $C = A + mB$.

- Hallar para que valores de m la matriz C tiene rango menor que 3.
- Para $m = -1$, resolver el sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es C.

4.- Una matriz cuadrada A tiene la propiedad de que $A^2 = 2A + I$, donde I es la matriz unidad.

a) Demostrar que A admite matriz inversa, y obtenerla en función de A.

b) Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$, hallar para que valores de m se verifica que $B^2 = 2B + I$, y para esos valores escribir la matriz inversa de B.

5.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$

- Determinar para que valores del parámetro m, existe A^{-1} .
- Para $m = -1$, resolver $\det(A^{-1} - xI) = 0$ siendo I la matriz identidad.

5.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y - 2z + 4t = 5 \\ 2x + 2y - 3z + t = 3 \\ 3x + 3y - 4z - 2t = 1 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} x + y - 2z + 3t = 4 \\ 2x + 3y - 3z + t = 3 \\ 5x + 7y + 4z + t = 5 \end{array} \right\} \end{array}$$

6.- Prueba que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+b \end{vmatrix} = ab$ sin desarrollarlo

7.- El determinante $\begin{vmatrix} 2 & a & 5 \\ 4 & a^2 & 13 \\ 8 & a^3 & 35 \end{vmatrix}$ vale cero para $a = 3$. Comprueba que es así sin desarrollarlo

8.- Un importador de globos los importa de dos colores. Naranja y rojo y los envía en paquetes de 2, 5 y 10 unidades que vende a los siguientes precios:

	2 unidades	5 unidades	10 unidades
Naranja	4	8	12
Rojo	3	5	8

Sabiendo que en un año se venden el siguiente número de paquetes:

	Naranja	Rojo
2 unidades	700.000	50.000

5 unidades	600.000	40.000
10 unidades	500.000	500.000

Se pide:

- Resumir la información anterior en dos matrices A y B: A será una matriz que recoja las ventas en un año y B será una matriz que recoja los precios.
- Calcular los elementos de la diagonal principal de la matriz $A * B$ y dar su significado.
- Calcular los elementos de la diagonal principal de la matriz $B * A$ y dar su significado.

9.- Dadas las matrices:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

hallar las matrices X e Y tales que:

$$\begin{cases} 2X - 3Y = M \\ -3X + 4Y = -2N \end{cases}$$

10.- Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los valores de a.
- Resuélvase el sistema para $a = -1$.