FÍSICA 1º DE BACHILLERATO

TEMA 4: TRABAJO Y ENERGÍA

Autor: Luis A. Cordón Montón
Catedrático de Física y Química
IES "Sancho III el Mayor" (Tafalla)

1. Introducción

En las sociedades desarrolladas de nuestros días todo el mundo tiene alguna idea del concepto de *energía*. Hablamos del contenido energético de los alimentos, del coste de la energía eléctrica, de la contaminación que producen los combustibles fósiles, de las ventajas e inconvenientes de la energía nuclear o de la necesidad de utilizar energías alternativas renovables como la solar, la eólica…

La energía es, probablemente, el concepto más importante de la Física[1] y forma parte de la cultura de las sociedades modernas. El desarrollo industrial y el crecimiento económico de las sociedades modernas requieren siempre un considerable aumento del consumo energético, hasta el punto de que éste es uno de los indicadores más fiables del nivel de desarrollo de un estado, de su capacidad industrial y del nivel de vida de sus habitantes.

Sabemos que la energía permite que las máquinas se muevan, enviar cohetes al espacio, calentarnos en invierno… Pero, ¿qué es realmente la energía?

Se dice que un sistema posee ***energía*** *cuando es capaz de realizar una transformación (esto es, un cambio) en sí mismo o en otros sistemas de su entorno.*

Por ejemplo, un cuerpo en movimiento posee energía (*cinética*) porque está continuamente cambiando de posición; un objeto situado a una cierta altura sobre la superficie de la Tierra también tiene energía (*potencial gravitatoria*) porque si se deja en libertad comienza a moverse.

La energía se manifiesta en la Naturaleza de muy diversas formas[2]. Entre ellas podemos destacar las siguientes:

- ***Cinética:*** la que poseen los cuerpos por estar en movimiento.
- ***Potencial gravitatoria:*** la que tiene un cuerpo que está en el entorno de otro que ejerce sobre él una fuerza gravitatoria.
- ***Eléctrica:*** la asociada a la fuerza eléctrica.
- ***Nuclear:*** la que se libera en los procesos de fusión y fisión nucleares.
- ***Térmica:*** la que poseen los cuerpos a causa del movimiento desordenado de los átomos y/o moléculas que lo componen.
- ***Química:*** es la asociada a los enlaces de los átomos que forman las moléculas de los compuestos químicos. Se manifiesta en las reacciones químicas que se producen tanto en la materia inerte como en los seres vivos.
- ***Electromagnética:*** es la que posee la radiación electromagnética (ondas de radio y televisión, microondas, rayos ultravioleta…) La luz (solar o artificial) es una onda electromagnética que nuestro ojo puede captar, la energía asociada a la luz visible se llama ***luminosa***.

No debemos confundir *energía* con ***fuentes de energía***, que son los recursos que existen en la Naturaleza de los que el ser humano puede obtener energía utilizable en sus actividades. Por ejemplo, el petróleo es una fuente de energía química

[1]El principio de conservación de la energía es uno de los pilares básicos de la Física actual. Los otros dos son el de la conservación del momento lineal y el de la conservación del momento angular.

[2]En realidad todas las formas de energía que podamos imaginar se pueden englobar en los siguientes tipos: a) *E. de las partículas libres* (cinética y masa); b) *E. de los campos libres* (ondas electromagnéticas); c) *E. de interacción entre partículas y campos* (potencial y otras).

que se transforma en energía térmica cuando se efectúa su combustión.

Las fuentes de energía se pueden clasificar en:

- ***No renovables**:* existen en la Tierra en una cantidad limitada y, por lo tanto, terminarán por agotarse antes o después. El carbón, el petróleo y el gas natural son de este tipo.
- ***Renovables**:* se renuevan de forma continua por lo que pueden considerarse inagotables. La energía solar y eólica lo son.

Como veremos en el tema, la transferencia de energía de un cuerpo a otro (o incluso dentro del mismo cuerpo) implica habitualmente la realización de un ***trabajo físico*** y/o la producción de ***calor***[3].

Hemos dicho que uno de los principios fundamentales de la Física es el de la ***conservación de la energía*** que afirma que *la energía se puede transformar pero no crearse ni destruirse*. Una consecuencia importante que se deriva de este principio es que *la energía del Universo permanece constante*.

De acuerdo con el principio de conservación de la energía no debería tener sentido hablar de crisis energética, de que los combustibles fósiles se están agotando, etc. Desgraciadamente todo esto es muy cierto y su importancia es tal que se ha convertido en uno de los principales problemas de nuestra sociedad. Esto es así porque la energía sólo es útil cuando es capaz de realizar trabajo físico, lo que no siempre es posible. Por ejemplo, la energía del océano Atlántico es enorme, pero no puede ser utilizada para hacer navegar a un barco; es una energía degradada, que ha perdido su capacidad para realizar trabajo.

El trabajo y la energía forman parte de la Mecánica; el estudio del tema nos permitirá abordar los problemas que se plantean en Dinámica desde un punto de vista diferente.

2. Trabajo mecánico

2.1. Concepto

En el lenguaje común empleamos frecuentemente la palabra *trabajo* asociando su significado con alguna forma de esfuerzo, ya sea físico o mental. En Física, sin embargo, tiene un significado concreto que no siempre coincide con el del lenguaje común. Realizar un *trabajo físico* significa ejercer una fuerza sobre un cuerpo con desplazamiento de su punto de aplicación.

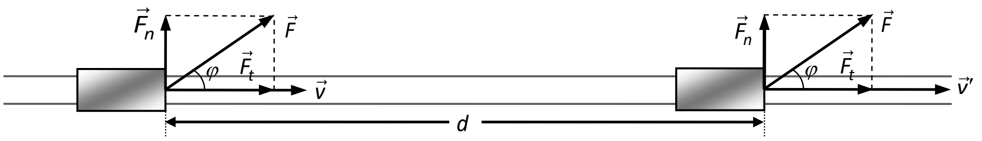
Se define el trabajo W *realizado por una fuerza constante* $\vec{F}$, *aplicada a un cuerpo que se mueve en línea recta, como el producto de la intensidad de la fuerza* F *por la distancia recorrida* d *y por el coseno del ángulo* φ *que forman la fuerza y la velocidad.* Matemáticamente se expresa como,

$$\boxed{W = F\,d\cos\varphi}$$

y, por lo tanto, se trata de una magnitud escalar.

[3]Los conceptos de calor y trabajo se definirán más adelante en este mismo tema.

Sea la vagoneta de la figura, que se está moviendo en la dirección rectilínea de las vías con una velocidad $\vec{v}$. Le aplicamos una fuerza constante $\vec{F}$ que forma un ángulo φ con la velocidad (es decir, con la orientación del movimiento), de forma que en un intervalo de tiempo Δt recorre una distancia *d* en línea recta.



Descomponiendo la fuerza en sus componentes tangencial y normal, tenemos,

$$F_t = F\cos\varphi$$

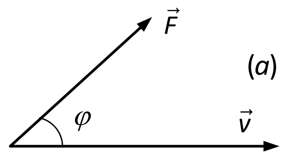
donde F_t es la componente tangencial de la fuerza; esto es, la componente en la dirección del movimiento. Por lo tanto,

$$\left.\begin{aligned} W &= F\,d\cos\varphi \\ F_t &= F\cos\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow W = F_t\,d$$ [4]

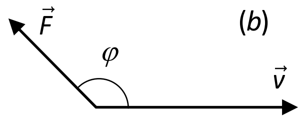
El hecho de que en la ecuación aparezca F_t y no F se debe a que sólo la componente tangencial contribuye al movimiento; es decir, es la única capaz de modificar la velocidad del cuerpo.

La ecuación $W = F\,d\cos\varphi$ permite distinguir tres casos:

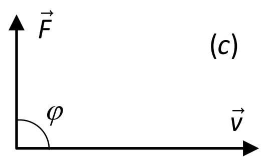
a) Que $0 \le \varphi < 90$, entonces $\cos\varphi > 0$ y $W > 0$. Aquí $F_t > 0$ actúa en el sentido del movimiento y, en consecuencia, se produce una aceleración (figura a).



b) Que $90 < \varphi \le 180$, entonces $\cos\varphi < 0$ y $W < 0$. En este caso $F_t < 0$ actúa en sentido opuesto al movimiento y, en consecuencia, se produce una deceleración (figura b).



c) Que $\varphi = 90$, entonces $\cos\varphi = 0$ y $W = 0$. En este caso $F_t = 0$ y la fuerza no es capaz de modificar la magnitud de la velocidad[5] (figura c).

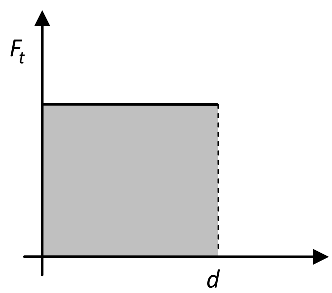


De la definición de trabajo se obtiene que su unidad en el SI es el *N·m*, que recibe el nombre de ***Julio*** y que se puede definir con palabras como *el trabajo realizado por una fuerza de* 1 *N cuando desplaza su punto de aplicación* 1 *m en la misma dirección de la fuerza;* esto es,

$$1\,J = 1\,N \cdot 1\,m$$

2.2. Interpretación geométrica del trabajo

Consideremos de nuevo la vagoneta de la figura superior. Si representamos gráficamente la componente tangencial de la fuerza (F_t) frente a la distancia recorrida por el cuerpo (d), al ser F_t constante, se obtiene la gráfica de la figura. Recordando que el trabajo es igual a,



$$W = F_t\,d$$

vemos que coincide, numéricamente, con el área del rectángulo de base *d* y altura

[4]Esta ecuación también es válida si el movimiento es curvo y F_t constante.

[5]Vimos en el tema anterior que una fuerza perpendicular al movimiento sólo puede modificar la dirección de la velocidad. En el caso la figura F_n no es capaz de hacerlo porque la anula la reacción de los raíles.

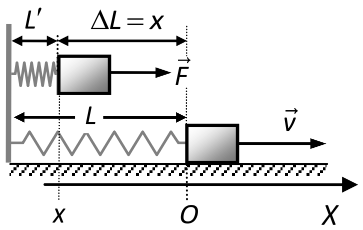
F_t de la figura.

Lo importante de este resultado es que también se cumple cuando la fuerza es variable y el movimiento curvilíneo. Es decir, geométricamente, el trabajo realizado por una fuerza cualquiera sobre un cuerpo, cuando éste recorre una distancia d, es el área encerrada bajo la línea que representa a la componente tangencial de la fuerza F_t frente a la distancia d.

2.3. Trabajo realizado por la fuerza elástica.

Nuestra definición de trabajo permite obtener el trabajo de una fuerza variable en un movimiento curvo utilizando la técnica matemática de la ***integral***. En este curso no vamos a considerar este caso.

Como acabamos de ver, la interpretación geométrica permite obtener el trabajo de una fuerza variable en aquellos casos en los que se conoce F_t en función de la distancia y se sepa calcular el área encerrada bajo la representación F_t /d. Una fuerza variable muy importante a la que podemos aplicar esta técnica para calcular el trabajo es la fuerza elástica.



Vimos en el tema de Dinámica que la ley de Hooke establece que la fuerza ejercida por un cuerpo elástico, por ejemplo un muelle, es directamente proporcional a su deformación. Consideremos un muelle comprimido con uno de sus extremos unido a un punto fijo y alineado en el eje *OX* de un sistema de coordenadas, de modo que el origen *O* coincida con el extremo libre del muelle cuando éste está en su estado natural (sin deformar), como se ve en la figura. Observa que la deformación del muelle $\Delta L = L' - L$ coincide con la posición de su extremo libre x (signo incluido); es decir,

$$\Delta L = L' - L = x$$

De acuerdo con la ley de Hooke tenemos pues que,

$$F = -kx$$

donde k es la constante elástica del muelle.

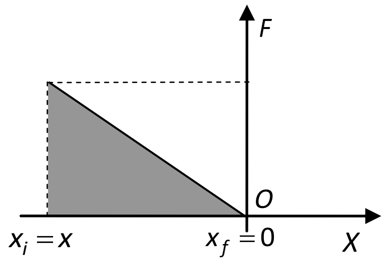
Recuerda que, aunque la fuerza es una magnitud vectorial, la ecuación se puede expresar en su forma escalar porque la fuerza, durante el movimiento del cuerpo, mantiene siempre la dirección del eje *OX*. El signo menos es necesario porque la fuerza es de sentido contrario a la deformación. Fíjate en la figura, si $\Delta L < 0$ (compresión) $\Rightarrow F > 0$ (puesto que actúa en el sentido del eje) y si $\Delta L > 0$ (alargamiento) $\Rightarrow F < 0$ (porque actúa en el sentido negativo).
Observa que aquí F no representa sólo la intensidad de la fuerza, sino *toda* la fuerza. Su valor absoluto da la intensidad y su signo indica el sentido en el que actúa.

Queremos hallar geométricamente el trabajo realizado por la fuerza elástica. Lo vamos a obtener en el tramo que va desde que el muelle está comprimido la cantidad $\Delta L = x$ hasta que alcanza su posición natural de longitud L (extremo libre en el punto *O*, $x = 0$), como ilustra la figura.

Puesto que la fuerza tiene la dirección del movimiento, que es la del eje *OX*, su componente en la dirección del movimiento coincide con su intensidad (con signo positivo o negativo, según sea el sentido de la fuerza); o sea

$$F_t = F = -kx$$

Ahora representamos F frente a x desde la posición inicial del cuerpo $(x_i = x)$ hasta la final $(x_f = 0)$. Como k es constante, la gráfica es una recta, como se ve en la figura. El área delimitada es un triángulo porque F es máxima en x_i y nula en $x_f = 0$. De acuerdo con la interpretación geométrica del trabajo, éste coincide numéricamente con el área del triángulo de base $|x| = -x$ (pues $x < 0$) y altura F; o sea,



$$W = ½|x|F = ½F(-x)$$

Combinando la ecuación con la ley de Hooke, tenemos que,

$$W = ½(-kx)(-x) = ½(kx)(x) = ½kx^2 > 0$$

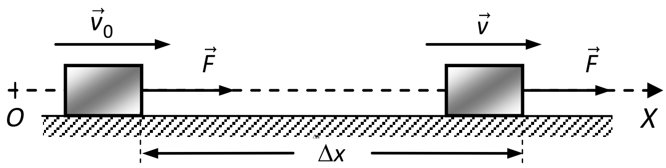
que es una cantidad positiva porque la fuerza y el movimiento del cuerpo tienen el mismo sentido.

3. Energía cinética. Teorema de las fuerzas vivas

Sea un cuerpo de masa m que se mueve a una velocidad v_0 en la dirección del eje OX, al que le aplicamos una fuerza constante $\vec{F}$ en la dirección y sentido del movimiento, como se ve en la figura. Cuando la distancia recorrida es d, la velocidad ha aumentado y su valor es v. Como la fuerza tiene la dirección y el sentido del movimiento, que son los del eje OX, se cumple que $F_t = F$; así que el trabajo es,

$$W = F_t\, d = F\, d > 0$$

En la figura se ve que, en este caso particular, la distancia recorrida d coincide con el desplazamiento realizado Δx; por lo tanto, le ecuación anterior se puede expresar como,



$$W = F\,\Delta x$$

Como $\vec{F}$ es constante, el movimiento es uniformemente variado, así que,

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \;\Rightarrow\; \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

pero $F = F_t = ma$, por lo que la ecuación del trabajo queda como,

$$W = m\cancel{a}\frac{v^2 - v_0^2}{2\cancel{a}} = ½\, mv^2 - ½\, mv_0^2$$

Si recordamos que la energía asociada al movimiento se denomina ***cinética*** y tenemos en cuenta que, como vamos a ver a continuación, el trabajo máximo que puede realizar un cuerpo a costa de su movimiento es, precisamente, $½mv^2$, parece razonable definir la energía cinética como,

$$\boxed{E_c = ½\, mv^2}$$

que, sustituyendo en la ecuación anterior, da,

$$\boxed{W = E_c - E_{c,o} = \Delta E_c}$$ [6

---

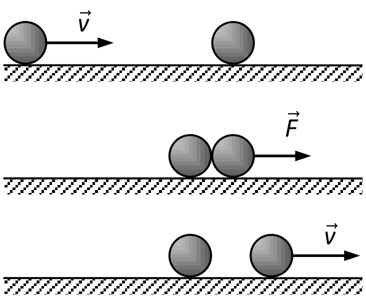
[6]En el caso de que actúen varias fuerzas, el trabajo que aparece en la ecuación es el realizado por la

expresión que recibe el nombre de ***teorema de las fuerzas vivas*** o de la ***energía cinética*** y puede enunciarse así:
El trabajo realizado sobre un cuerpo por la fuerza resultante que actúa sobre él se utiliza en variar su energía cinética.

Aunque la ecuación se ha obtenido para el caso particular de una fuerza constante y un movimiento rectilíneo, el resultado es válido para todo tipo de fuerzas y trayectorias. La ecuación muestra que la energía cinética ha de medirse en las mismas unidades que el trabajo. La energía, sea cual sea su tipo, se mide siempre en las mismas unidades que el trabajo, esto es, en *J* (julios) en el SI.

4. El trabajo como transferencia de energía

El teorema de las fuerzas vivas y un sencillo ejemplo nos ayudarán a interpretar el trabajo como una transferencia de energía y a probar que el trabajo que puede realizar un cuerpo a expensas de su movimiento es igual a su energía cinética.



En el punto anterior hemos obviado que siempre que actúa una fuerza sobre un cuerpo es porque hay un segundo cuerpo que la ejerce. Por ejemplo, si lanzamos una bola de billar con una velocidad *v* contra otra en reposo y el choque es frontal, observamos que la segunda bola adquiere la velocidad de la primera, mientras que ésta queda en reposo. El ejemplo permite afirmar que:

- En la colisión ha habido una transferencia de energía (cinética) de la primera bola a la segunda.
- La transferencia de energía ha ocurrido porque, durante la colisión, la primera bola ha realizado un trabajo sobre la segunda (ha ejercido una fuerza con desplazamiento).
- Notando que la segunda bola, inicialmente en reposo, adquiere después del choque la velocidad que tenía la primera, el trabajo realizado por la primera bola sobre la segunda es, de acuerdo con el teorema de las fuerzas vivas,

  $$W = \Delta E_c = ½mv^2 - 0 = ½mv^2$$

  que es la energía cinética que tenía la primera bola y que ya no posee porque permanece en reposo después del choque.

En general, como ha puesto de manifiesto el ejemplo, cuando un cuerpo realiza un trabajo positivo sobre otro le transfiere energía (cinética o de cualquier otro tipo); por lo tanto:

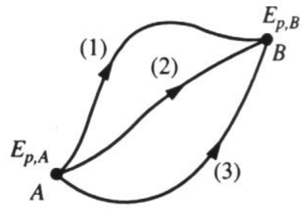
- Podemos considerar al trabajo como una forma de transferir energía de un cuerpo a otro.
- El trabajo máximo que puede realizar un cuerpo a costa de su movimiento es igual a la energía cinética que posee.

resultante de todas ellas.

5. Fuerzas conservativas. Energía potencial

5.1. Concepto

En general, el trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo que se mueve entre dos puntos *a* y *b* por una trayectoria dada depende de la trayectoria seguida (ver figura). Sin embargo, en la naturaleza aparecen fuerzas, denominadas ***conservativas***, *cuyo trabajo no depende del camino seguido por el cuerpo sobre el que actúan, sino sólo de las posiciones inicial y final del mismo*. Las fuerzas constantes, las gravitatorias, las elásticas y las eléctricas son conservativas.



Puede demostrarse que todas las fuerzas centrales cuya intensidad depende sólo de la distancia entre los cuerpos que interaccionan son conservativas. Este es el caso de las fuerzas elásticas, gravitatorias y eléctricas.

La importancia de las fuerzas conservativas está en que siempre se puede encontrar una función, llamada ***energía potencial*** (E_p), que depende de la posición del cuerpo, tal que su diferencia de valores entre los puntos inicial y final de la trayectoria expresa el trabajo realizado por la fuerza. Es decir, se cumple que,

$$W_a^b = E_p(a) - E_p(b)$$ [7]

sea cual sea la trayectoria del cuerpo. Si se conoce la expresión de la energía potencial para una fuerza conservativa, se puede calcular el trabajo sin hacer referencia alguna a la trayectoria seguida. Como,

$$\Delta E_p = E_p(b) - E_p(a)$$

es el cambio de energía potencial, la ecuación anterior se puede escribir como,

$$\boxed{W_a^b = E_p(a) - E_p(b) = -\Delta E_p} \quad (1)$$

Hay que recalcar que, sea cual sea la fuerza $\vec{F}$, la energía cinética viene dada por $E_c = ½\, mv^2$ y la ecuación $W = \Delta E_c$ es siempre válida. Sin embargo, la ecuación de la energía potencial depende de la naturaleza de la fuerza; no todas las fuerzas la cumplen, sólo las conservativas lo hacen.

Notemos que sólo tiene sentido hablar de diferencias de energía potencial porque la energía potencial en un punto no está definida. Esto se debe a que si sumamos una constante arbitraria, *C*, a los dos términos del segundo miembro en la ecuación anterior, la expresión queda igual porque la constante se cancela,

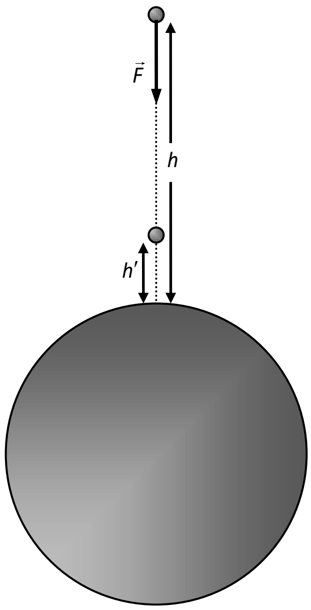
$$W_a^b = \left[E_p(a) + \cancel{C}\right] - \left[E_p(b) + \cancel{C}\right] = -\Delta E_p$$

Debido a esta arbitrariedad, podemos dar a la constante el valor que haga que la energía potencial sea cero en el punto más conveniente. Este punto se toma como **nivel de referencia** para medir las energías potenciales en los demás puntos.

La energía potencial no debe asociarse al cuerpo sobre el que actúa la fuerza, sino al sistema de cuerpos que interaccionan. Es una energía de configuración del sis-

[7] Sobre el cuerpo pueden actuar varias fuerzas conservativas simultáneas. En este caso, el término E_p es la suma de las energías potenciales asociadas a cada fuerza.

tema (de ahí su nombre); es decir, una energía almacenada en el sistema a causa de la posición relativa de los cuerpos que interaccionan. Si se deja al sistema en libertad, las fuerzas conservativas realizan trabajo positivo y, de acuerdo con (1), la energía potencial disminuye. Esto es, el sistema realiza trabajo a costa de su energía potencial.



Sea, por ejemplo, un cuerpo situado a una altura *h* de la Tierra y dejémoslo caer hasta una altura *h*', como se ve en la figura. Fíjate en que la configuración del sistema Tierra-cuerpo ha cambiado porque la posición relativa de ambos es ahora distinta. Puesto que la fuerza gravitatoria que la Tierra ejerce sobre el cuerpo ha realizado un trabajo positivo, tenemos que,

$$W_h^{h'} = E_p(h) - E_p(h') > 0 \;\Rightarrow\; E_p(h) > E_p(h')$$

Si ahora una fuerza externa coloca al cuerpo en su posición original, la fuerza gravitatoria realiza un trabajo negativo (porque el cuerpo se mueve en sentido opuesto al de la fuerza) y aplicando la ecuación anterior,

$$W_{h'}^{h} = E_p(h') - E_p(h) < 0 \;\Rightarrow\; E_p(h') < E_p(h)$$

o sea , el trabajo realizado por la fuerza externa contra la gravedad se almacena en forma de energía potencial.

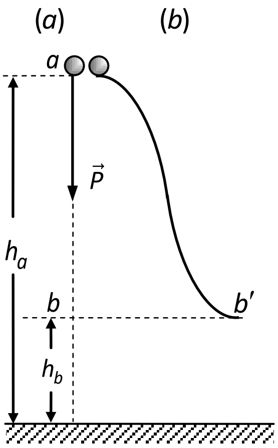
Observa que el cuerpo ejerce sobre la Tierra una fuerza igual y opuesta a la actúa sobre él (3ª ley de Newton). Sin embargo, al ser la masa de la Tierra tan grande, el desplazamiento que provoca esta fuerza es despreciable y, por lo tanto, el trabajo que realiza es nulo.

5.2. Energía potencial gravitatoria en puntos próximos a la superficie terrestre.

Como se vio en tema 4, la aceleración de la gravedad de cualquier cuerpo situado cerca de la superficie terrestre es prácticamente constante, vertical y dirigida hacia abajo. Por lo tanto, la fuerza gravitatoria (o peso) de un cuerpo particular próximo a la superficie de la Tierra es también constante y su intensidad es,

$$P = mg$$

donde *m* es la masa del cuerpo y *g* la aceleración de la gravedad.



Sea un cuerpo de masa *m* situado en el punto *a*, a una altura h_a de la superficie terrestre, como se ve en la figura (*a*). Si se deja en libertad, el peso tira de él hacia abajo y el movimiento es vertical; el trabajo realizado cuando alcanza el punto *b*, a una altura h_b es,

$$W = P\,d\cos\varphi = mg(h_a - h_b)\cos 0 = mg\left(h_a - h_b\right) = mgh_a - mgh_b \quad (2)$$

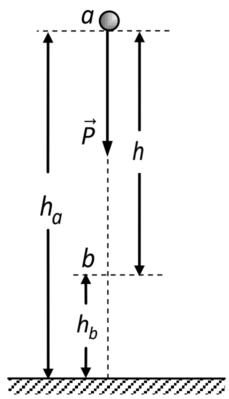
ya que el peso es constante y tiene la orientación del movimiento.

Dejemos caer a continuación el cuerpo por la rampa sin rozamiento de la figura (*b*). Se puede comprobar experimentalmente que la velocidad que adquiere al llegar al punto *b*' (que está a la misma altura que *b*) es exactamente la misma que la que alcanza cuando se le deja caer libremente desde *a* hasta *b*; lo que prueba, de acuerdo con el teorema de las fuerzas vivas, que el trabajo realizado por el peso es el mismo en ambos casos[8]. Por lo tanto concluimos que,

El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria terrestre en puntos próximos a la superficie de la Tierra no depende de la trayectoria seguida sino de la diferencia de alturas de los puntos inicial y final; esto es, la fuerza es conservativa.

Combinando las ecuaciones (1) y (2),

$$\left.\begin{aligned} W_a^b &= E_p(a) - E_p(b) \\ W_a^b &= mgh_a - mgh_b \end{aligned}\right\} \Rightarrow \; E_p(h_a) - E_p(h_b) = mgh_a - mgh_b$$



Si tomamos como referencia (dándole el valor cero) para medir la energía potencial la que tiene el cuerpo en el plano horizontal que pasa por el punto *b*; es decir, haciendo que $E_p(h_b) = 0$, tenemos que,

$$E_p(h) = mgh_a - mgh_b = mg(h_a - h_b) \;\Rightarrow\; \boxed{E_p(h) = mgh}$$

donde *h* representa la altura del cuerpo respecto al plano horizontal que pasa por el punto *b*, como se ve en la figura.

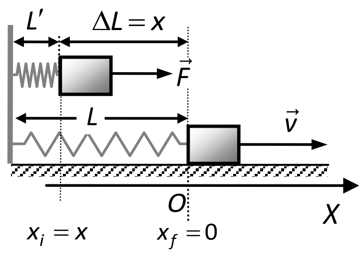
Observa que si tomamos como referencia para medir la energía potencial el plano horizontal que pasa por la superficie de la Tierra, *h* representaría la altura del cuerpo respecto al suelo.

Fíjate en que la energía potencial gravitatoria mide el trabajo que realiza la fuerza conservativa cuando el cuerpo se desplaza desde el punto en el que se encuentra hasta el plano de referencia.

5.3. Energía potencial elástica

Otro ejemplo muy importante de fuerza conservativa es la fuerza elástica. En efecto, la fuerza elástica es central porque está dirigida siempre al centro de oscilación y, de acuerdo con la ley de Hooke, su intensidad depende de la distancia del cuerpo al centro de oscilación.

La figura muestra un muelle comprimido y alineado en el eje *OX* que ejerce una fuerza sobre un cuerpo. Vimos en el punto 2.3 que el trabajo que realiza la fuerza cuando el cuerpo se desplaza desde la posición $x_i = x$ a la posición $x_f = 0$ es,



$$W_x^0 = ½kx^2$$

Pero al ser la fuerza conservativa tenemos también que,

$$W_x^0 = E_p(x) - E_p(x=0)$$

por lo que, al combinar las dos ecuaciones, resulta que,

$$E_p(x) - E_p(x=0) = ½kx^2$$

Si tomamos como referencia para medir la energía potencial la que tiene el cuerpo elástico cuando está sin deformar; es decir, haciendo, $E_p(x=0) = 0$, queda,

$$\boxed{E_p(x) = ½kx^2}$$

[8]Cuando cae por la rampa actúa, además del peso, la fuerza normal que la superficie ejerce sobre el cuerpo. Sin embargo, esta fuerza no realiza trabajo por ser perpendicular al movimiento.

6. Potencia

Al diseñar un sistema mecánico es a menudo muy importante considerar la rapidez con la que se realiza el trabajo. Por ejemplo, se efectúa el mismo trabajo al levantar un cuerpo dado a una altura determinada si el hacerlo cuesta un segundo o una hora; sin embargo, la rapidez del trabajo es muy diferente en ambos casos. Para medir la rapidez con que una fuerza realiza el trabajo se introduce el concepto de *potencia*.

Se define la ***potencia media*** *(P_m) de una fuerza durante un intervalo de tiempo Δt como el cociente entre el trabajo que realiza* W *y* Δt; esto es,

$$\boxed{P_m = \frac{W}{\Delta t}}$$

que, como sabemos, expresa el trabajo promedio que realiza la fuerza en cada unidad de tiempo. La potencia media es una medida de la rapidez media con la que se realiza el trabajo. Al igual que se vio al estudiar el concepto de velocidad, para obtener información sobre la rapidez con la que una fuerza realiza trabajo en un instante particular *t*, tenemos que calcular el límite de la potencia media cuando Δt tiende a cero; esto es, hay que hallar la derivada del trabajo respecto al tiempo en el instante *t*; por lo tanto,

Se define la ***potencia instantánea*** P *de una fuerza en un instante* t *como la derivada del trabajo respecto al tiempo en ese instante*; esto es,

$$\boxed{P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}} \quad \text{(PI)}$$

Recordando las interpretaciones física y geométrica de la velocidad instantánea[9] y aplicándolas a la potencia, concluimos que:

a) La potencia en un instante *t* expresa el trabajo que realizaría la fuerza en una unidad de tiempo, a partir de *t*, si dicha potencia se mantuviera constante (que es una medida de la rapidez con que se realiza trabajo en el instante *t*).

b) Si la potencia se mantiene constante en un intervalo de tiempo Δt y el trabajo realizado en el mismo es *W*, se cumple que,

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt} = \frac{W}{\Delta t}} \quad \text{si} \quad P = cte \quad \text{(PII)}$$

por lo que el trabajo realizado es proporcional al tiempo y las potencias media e instantánea coinciden; en este caso particular se habla simplemente de potencia. Al hacer $\Delta t = 1$ se ve que la potencia expresa el trabajo realizado en una unidad de tiempo (que siempre es el mismo, pues *P = cte*).

Al igual que ocurre con la velocidad, en muchos libros de Física aparece la siguiente definición de potencia: *"Trabajo realizado por unidad de tiempo".*
Esta definición tiene el significado de la ecuación (PII) cuando la potencia es constante (trabajo realizado proporcional al tiempo) y el de la (PI) cuando no lo es.

---

[9] Recuerda que en el tema 2 definimos la velocidad instantánea como la derivada de la posición respecto al tiempo; es decir, de forma análoga a la potencia.

De la ecuación se deduce que la unidad de potencia en el SI es el *J/s* que recibe el nombre de ***vatio*** (*W*), que se puede definir con palabras como *la potencia de una fuerza que realiza el trabajo de un julio en un segundo.*

Otras unidades de potencia muy usadas son los múltiplos del vatio *kilovatio (KW)* y *megavatio (MW)*, el submúltiplo *milivatio (mW)* y el *caballo de vapor (CV)* que equivale a 735,5 *W*.

La potencia que estamos considerando es la denominada ***potencia mecánica***, que es una consecuencia del trabajo mecánico. Teniendo en cuenta que el trabajo no es más que una transferencia de energía, una definición más general de potencia, que engloba a la que se ha dado, sería la siguiente:

E*nergía que transfiere un agente por unidad de tiempo*.

Esta definición permite ampliar el concepto para incluir las potencias eléctrica, sonora, electromagnética, etc.

Si tenemos una fuerza que desarrolla una potencia constante, se cumple,

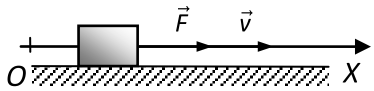
$$P = W/\Delta t \;\Rightarrow\; W = P\Delta t$$

de acuerdo con esta ecuación, una fuerza que desarrolla una potencia constante de un kilovatio durante una hora realiza un trabajo (esto es, transfiere una energía) de,

$$W = 1\,KW \cdot 1h = 1000\,W \cdot 1h = 1000\,J/s \cdot 3600\,s = 3{,}6 \cdot 10^6\,J$$

En general, *la energía transferida por un agente que desarrolla una potencia constante de 1 KW durante 1 hora se denomina* ***kilovatio-hora*** *y equivale a* $3{,}6{\cdot}10^6$ *J*.

Las compañías de electricidad usan el kilovatio-hora para medir la energía eléctrica consumida por sus usuarios. En la figura puedes ver un contador de energía eléctrica típico.



Podemos también expresar la potencia de una fuerza que actúa sobre un cuerpo en función de la velocidad del mismo. Sea el cuerpo de la figura, que se mueve con un movimiento rectilíneo en la dirección y sentido del eje *OX*, sometido a una fuerza (que no tiene por qué ser constante[10]) que tiene la dirección del movimiento; de modo que en el instante *t* la velocidad es *v* y la fuerza $\vec{F}$. En un intervalo de tiempo infinitesimal *dt* el cuerpo efectúa un desplazamiento rectilíneo (también infinitesimal, *dx*). Por lo tanto, de acuerdo con la definición de trabajo y teniendo en cuenta que $\vec{F}$ y $\vec{v}$ tienen la misma dirección y sentido, tenemos que el trabajo infinitesimal *dW* realizado es,

$$dW = F\,dx\cos 0 \;\;\Rightarrow\;\; dW = F\,dx$$

Aplicando la definición de potencia instantánea e interpretando la derivada como un cociente,

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\,dx}{dt} = F\frac{dx}{dt}$$

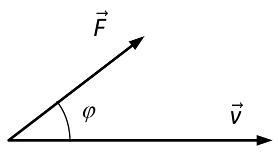
pero *dx/dt* es la derivada de la posición del cuerpo en el eje *OX* respecto al tiem-

[10]Aunque la fuerza no sea constante podemos seguir utilizando la definición del trabajo de una fuerza constante. La razón es que en un desplazamiento infinitesimal, la variación de la fuerza también es infinitesimal, por lo que su valor se mantiene constante.

po; esto es, su velocidad en el instante *t*. Así,

$$\boxed{P = F\,v}$$

que expresa la potencia en función de la fuerza y de la velocidad en un movimiento rectilíneo.



En el caso más general de que fuerza y velocidad no tengan la misma dirección (ver figura), el resultado obtenido sigue siendo válido si expresamos la ecuación anterior como,

$$\boxed{P = F\,v\cos\varphi = \vec{F}\cdot\vec{v}}$$

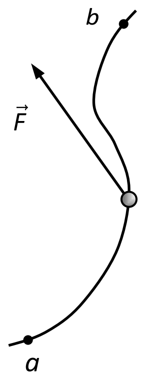
donde *F* es la intensidad de la fuerza, *v* la magnitud de la velocidad y φ el ángulo formado entre ellos, como ilustra la figura. *Este resultado es completamente general;* es decir, *se cumple para todo tipo de fuerzas y trayectorias*.

7. Conservación de la energía mecánica

Cuando se realiza un trabajo mecánico sobre un cuerpo, éste puede adquirir energía potencial (por ejemplo, cuando elevamos un objeto a una cierta altura sobre la superficie terrestre), energía cinética (por ejemplo, cuando empujamos un cuerpo por un plano horizontal) u otro tipo de energía.

Las energías cinética y potencial son las que están más directamente relacionadas con la Mecánica, por ello su suma se llama ***energía mecánica,*** *E_m*; o sea,

$$E_m = E_c + E_p$$



Sea un cuerpo que se mueve a lo largo de una trayectoria cualquiera desde un punto *a* a otro *b*, sobre el que actúa una fuerza conservativa $\vec{F}$ que realiza un trabajo *W*, como ilustra la figura. De acuerdo con el teorema de las fuerzas vivas,

$$W = E_c(b) - E_c(a) = \Delta E_c$$

además, por ser la fuerza conservativa,

$$W = E_p(a) - E_p(b) = -\Delta E_p$$

Como el trabajo es el mismo, se deduce al combinar las ecuaciones que,

$$E_c(b) - E_c(a) = E_p(a) - E_p(b)$$

y reordenando se obtiene,

$$E_c(a) + E_p(a) = E_c(b) + E_p(b)$$

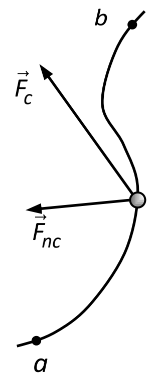
Finalmente, como la suma de las energías cinética y potencial del cuerpo es, por definición, la energía mecánica, queda,

$$\boxed{E_m(a) = E_m(b) \;\Leftrightarrow\; E_m = cte \;\text{ó}\; \Delta E_m = 0}$$

resultado que se conoce como ***teorema de conservación de la energía mecánica*** y que se puede enunciar así: *La energía de un cuerpo en movimiento sometido sólo a fuerzas conservativas se mantiene constante.*[11]

[11]Sobre el cuerpo pueden actuar varias fuerzas conservativas. En este caso, el término E_p es la suma de las energías potenciales asociadas a cada fuerza.

8. Energía y fuerzas no conservativas y disipativas



Consideremos un cuerpo de masa m sometido a fuerzas conservativas de resultante $\vec{F}_c$ y no conservativas de resultante $\vec{F}_{nc}$ que realizan trabajo, como muestra la figura. De acuerdo con el teorema de las fuerzas vivas, cuando el cuerpo se mueve entre dos puntos a y b se cumple que,

$$W_{total} = W_c + W_{nc} = E_c(b) - E_c(a)$$

donde W_c y W_{nc} son, respectivamente, los trabajos realizados por las fuerzas conservativas y las no conservativas. De acuerdo con el teorema de la energía potencial se tiene,

$$W_c = E_p(a) - E_p(b)$$

por lo que sustituyendo en la ecuación anterior queda,

$$E_p(a) - E_p(b) + W_{nc} = E_c(b) - E_c(a)$$

que reordenando da,

$$W_{nc} = \left[E_c(b) - E_c(a)\right] - \left[E_p(a) - E_p(b)\right] = \left[E_c(b) + E_p(b)\right] - \left[E_c(a) + E_p(a)\right]$$

pero los dos términos del segundo miembro representan la energía mecánica del cuerpo en los puntos a y b, por lo tanto,

$$\boxed{W_{nc} = E_m(b) - E_m(a) = \Delta E_m}$$

Un caso muy importante de fuerza no conservativa es el rozamiento ($\vec{F}_{roz}$); en este caso la expresión anterior se escribe,

$$\boxed{W_{roz} = E_m(b) - E_m(a) = \Delta E_m < 0}$$

donde W_{roz} es el trabajo realizado por el rozamiento, que es negativo ya que F_{roz} actúa en sentido opuesto al movimiento; en consecuencia la energía mecánica disminuye. Es decir, el trabajo contra el rozamiento se realiza a costa de la energía cinética del cuerpo.

Las fuerzas no conservativas que, como la de rozamiento, hacen disminuir siempre la energía mecánica del cuerpo sobre el que actúan reciben el nombre de ***fuerzas disipativas***.

Un análisis detallado del cuerpo y de su entorno revela que la energía mecánica no ha desaparecido, sino que se ha transformado en energía térmica[12]. El trabajo realizado por el cuerpo contra el rozamiento se ha hecho a costa de perder energía mecánica; es decir, este trabajo ha transferido parte de la energía mecánica del cuerpo en forma de energía térmica, que posteriormente se cede al entorno en forma de calor. Un ejemplo sencillo es el de un cuerpo que desliza por un plano inclinado con rozamiento. Cuando el cuerpo alcanza la base del plano inclinado su energía mecánica es menor; sin embargo, el plano y el propio cuerpo han aumentado su temperatura, de modo que la energía mecánica perdida se corresponde con la ganancia de energía térmica, como se puede probar experimentalmente.

[12] La manifestación de la energía térmica de un cuerpo es su temperatura, que es una medida de la energía cinética media de las partículas que lo componen.

Matemáticamente lo expresamos como,

$$\boxed{E_m(a) = E_m(a) + Q}$$

donde Q representa la energía en forma de calor que el sistema cede al entorno.

El resultado anterior no es más que un caso particular del ***principio de conservación de la energía*** que ya hemos mencionado al principio del tema y que se puede enunciar así:

La energía no se puede crear ni destruir, sólo se puede transformar de unas formas a otras y transferir de unos cuerpos a otros. La cantidad total de energía del Universo es constante.