FÍSICA 2º DE BACHILLERATO

TEMA 5: ELECTROMAGNETISMO

2. Interacción magnética

2.1. Fenomenología magnética básica: imanes, experiencia de Oersted.

2.2. Campo magnético. Fuerza magnética sobre una carga en movimiento: Fuerza de Lorentz. Intensidad del campo magnético.

2.3. Movimiento de partículas cargadas en campos magnéticos uniformes. Aplicaciones prácticas.

- 2.3.1. Selector de velocidades. Espectrómetro de masas.
- 2.3.2. El ciclotrón.

2.4. Fuerza magnética sobre una corriente eléctrica.

- 2.4.1. Movimiento de cargas dentro de un conductor.
- 2.4.2. Fuerza magnética sobre un conductor rectilíneo.

2.5. Campo magnético creado por una corriente eléctrica. Teorema de Ampère.

- 2.5.1. Campo magnético creado por un elemento de corriente.
- 2.5.2. Circulación del campo magnético.
- 2.5.3. Ley de Ampère.

2.6. Campos magnéticos creados por un conductor rectilíneo, una espira circular y un solenoide.

- 2.6.1. Conductor rectilíneo indefinido.
- 2.6.2. Espira circular
- 2.6.3. Solenoide.

2.7. Interacciones entre corrientes rectilíneas paralelas. Definición de amperio.

2.8. Analogías y diferencias entre los campos eléctrico y magnético.

Autor: Luis A. Cordón Montón
Catedrático de Física y Química
IES “Sancho III el Mayor” (Tafalla)

2. INTERACCIÓN MAGNÉTICA

2.1. Fenomenología magnética básica: imanes, experiencia de Oersted

El fenómeno del magnetismo es conocido desde hace más de 2000 años. Se descubrió por primera vez en Magnesia (región de Grecia), en un mineral natural llamado *magnetita*. A los cuerpos naturales que, como la magnetita, presentan la propiedad de atraer pequeños trozos de hierro se les da el nombre de ***imanes naturales***. Y la propiedad que tienen recibe el nombre de ***magnetismo***.

Además de los imanes naturales, existen otras sustancias, como el acero, el cobalto o el níquel, que pueden adquirir el magnetismo de una manera artificial. Se les da el nombre de ***imanes artificiales***.

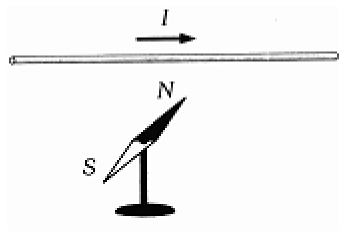
Los imanes, tanto naturales como artificiales, tienen las siguientes propiedades:

- El magnetismo que poseen aparece concentrado en ciertas regiones de los imanes que se denominan ***polos magnéticos***. Entre los polos existe una zona neutra en la que el imán no ejerce ninguna atracción.
- Un imán tiene dos polos a los que se les conoce como ***Norte*** y ***Sur***, pues los imanes se orientan según los polos geográficos de la Tierra, que es un gigantesco imán natural.
- Los polos, aunque distintos, no se pueden separar. Un imán, por pequeño que sea, siempre presenta los dos polos.
- Los polos del mismo nombre se repelen y los de distinto nombre se atraen, como se muestra en la figura. Como el polo norte (sur) de un imán se orienta hacia el polo norte (sur) geográfico, concluimos que, en realidad, el polo norte (sur) geográfico es el sur (norte) magnético.

El hierro, el cobalto y el níquel son sustancias magnéticas importantes. Los imanes artificiales se fabrican frecuentemente con aleaciones de estos metales.

A pesar de sus orígenes ancestrales, el magnetismo comenzó a ser bien conocido en el transcurso de los dos últimos siglos. El primer estudio minucioso sobre el mismo fue realizado por William Gilbert, médico de la reina Isabel I de Inglaterra, en año 1600. En su libro *De Magnete* se considera a la Tierra como un gran imán natural.

Se dio un paso importante en el estudio y conocimiento del magnetismo cuando el danés Hans Cristian Oersted (1777-1851) descubrió en 1820 que *las corrientes eléctricas crean efectos magnéticos*.



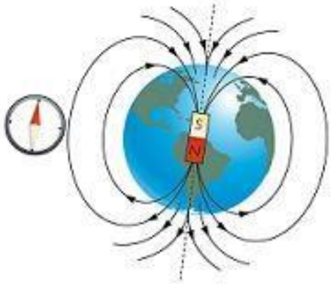
Este científico observó que una corriente eléctrica ejerce una fuerza sobre una aguja imantada próxima (ver figura). Si por el conductor no pasa corriente, la brújula se orienta hacia el polo norte de la Tierra; pero cuando pasa corriente, la brújula tiende a colocarse perpendicularmente al conductor. De este experimento se deduce que una corriente eléctrica produce el mismo efecto que un imán natural; por lo tanto, concluimos que *el magnetismo es una consecuencia de la electricidad*.

2.2. Campo magnético. Fuerza magnética sobre una carga en movimiento: Fuerza de Lorentz. Vector campo B

2.2.1. Campo magnético

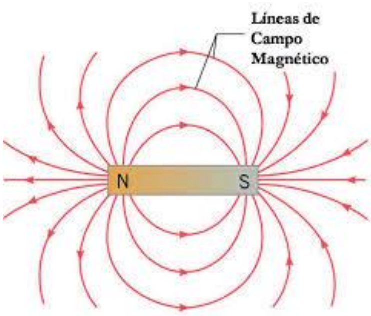
Como acabamos de ver, las interacciones eléctrica y magnética están íntimamente relacionadas, siendo en realidad sólo dos aspectos distintos de la misma propiedad de la materia: la carga eléctrica. El magnetismo es un efecto del movimiento de las cargas eléctricas. Las interacciones eléctrica y magnética deben considerarse conjuntamente bajo la denominación más general de ***interacción electromagnética***.

Puesto que observamos interacciones a distancia entre cuerpos magnetizados, podemos decir, por analogía con los campos gravitatorio y eléctrico, que un cuerpo magnetizado crea un ***campo magnético***, que *es la región del espacio en la que se manifiestan los efectos magnéticos del cuerpo magnetizado*.



Por definición, *la orientación del campo magnético en un punto está determinada por la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el polo norte de un pequeño imán colocado en ese punto*.

Como en los campos gravitatorios y eléctricos, el campo magnético es un ejemplo de campo vectorial, por lo que se representa por medio de líneas de fuerza denominadas ***líneas de inducción magnética***, que, por definición, *son tangentes en cada punto al campo magnético y tienen su misma orientación.*



Las figuras muestran las líneas de inducción del campo magnético de la Tierra y de un imán recto, que salen por el polo norte de los mismos, entran por el sur y se cierran por el interior del imán; es decir, *las líneas de inducción magnética son cerradas*. Esto establece una notable diferencia entre los campos magnéticos y los gravitatorios y eléctricos, pues en éstos las líneas de fuerza son abiertas.

Las líneas de inducción se dibujan de modo que su densidad[1] *en un punto particular es proporcional al campo magnético; es decir, a la fuerza que ejerce sobre el polo norte de un pequeño imán colocado en ese punto.*

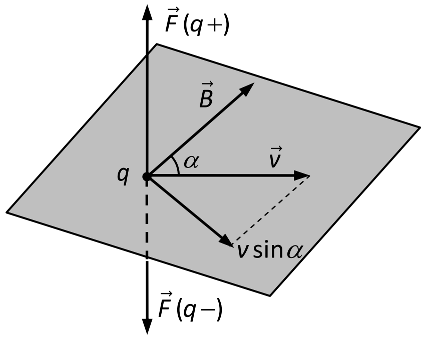
2.2.2. Fuerza magnética sobre una carga en movimiento: Fuerza de Lorentz. Intensidad del campo magnético.

Cuando colocamos una carga en *reposo* en un campo magnético, no se observa fuerza especial alguna sobre la carga. Pero cuando se *mueve*, se ve una fuerza que actúa sobre ella, además de las debidas a sus interacciones gravitatoria y eléctrica.

Al medir, en el mismo punto de un campo magnético, la fuerza que experimentan diferentes cargas que se mueven de distinta manera, podemos obtener una relación entre la fuerza, la carga y la velocidad. Se ha encontrado que la fuerza magnética ejercida sobre una partícula cargada que se mueve en la dirección del campo magnético es cero y es máxima cuando se mueve perpendicularmente al mis-

[1]Al igual que en los campos eléctrico y gravitatorio, la densidad de líneas de inducción en un punto se define como el número de líneas por unidad de superficie colocada en ese punto perpendicularmente al campo.

mo. Es decir, *experimentalmente se obtiene que la fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga en movimiento es proporcional a la carga eléctrica y a la componente de la velocidad de la carga en la dirección perpendicular a la del campo magnético*.



Si α es el ángulo formado por la velocidad de la partícula y la dirección del campo magnético (ver figura), la magnitud de la componente de la velocidad perpendicular al campo es $v\sin\alpha$. Por tanto, la fuerza magnética queda expresada por la ecuación,

$$F = |q| B v \sin\alpha \quad (1)$$

donde $|q|$ es el valor absoluto de la carga q y B, que es la constante de proporcionalidad, se define como la magnitud del vector $\vec{B}$ de la figura, que tiene en cada punto la orientación del campo magnético. El valor de B se halla comparando el valor observado de F con los de q, v y α.

Otro resultado experimental es que $\vec{B}$ puede variar de un punto a otro, pero en cada uno de ellos es el mismo para todas las cargas y velocidades; es decir, no depende de q ni de $\vec{v}$. Esto indica que $\vec{B}$ representa una propiedad del campo magnético, que llamamos ***intensidad del campo magnético*** o también, por razones históricas, ***inducción magnética***. Notemos que la fuerza magnética es cero cuando $\alpha = 0$; o sea, cuando v es paralela a B, como se ha indicado anteriormente. Por otro lado, la fuerza magnética es máxima (F_{max}) cuando $\alpha = \pi/2$; o sea, cuando v es perpendicular a B, así que,

$$F_{max} = |q| vB \quad \text{pues} \quad \sin\pi/2 = 1 \;\Rightarrow\; B = \frac{F_{max}}{|q| v}$$

Un tercer hecho experimental es que, *la dirección de la fuerza magnética es perpendicular al plano determinado por la velocidad de la carga y la dirección del campo magnético*, como se indica en la figura. El sentido se obtiene, para cargas positivas, mediante la regla de la mano derecha o la del sacacorchos; para las negativas el sentido es el opuesto.

A combinar estos resultados experimentales con la ecuación (1), recordando las propiedades del producto vectorial, podemos expresar la fuerza magnética como el producto vectorial como,

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

que se conoce como ***fuerza de Lorentz*** porque fue identificada por primera vez en esta forma por Hendrik Lorentz (1853-1928). Cuando la partícula se mueve en una región en la que hay un campo eléctrico y otro magnético, la fuerza total es la suma vectorial de las fuerzas eléctrica $q\vec{E}$, y magnética; esto es,

$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$$

Como la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad (es decir, a la dirección del movimiento), su trabajo sobre la carga es cero[2]. Por tanto, la fuerza magnética

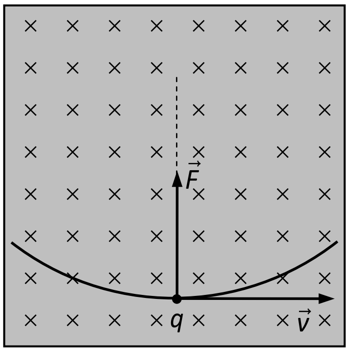
[2]Recordemos que el trabajo elemental de una fuerza es $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = Fdr\cos\theta$, donde θ es el ángulo formado por la fuerza y la dirección del movimiento. Como $\cos\theta = \cos 90 = 0$ cuando fuerza y movimiento son perpendiculares, el trabajo es cero.

no produce cambio alguno en la magnitud de la velocidad ni en la energía cinética de la partícula; modifica sólo la dirección de la velocidad.

De la ecuación $B = F_{max}/qv$ se deduce que la unidad del campo magnético en el S.I. es el $N/C\,m\,s^{-1}$, que se conoce con el nombre de ***Tesla***, abreviado *T*, en honor a Nikola Tesla (1856-1943). *Un tesla es la intensidad de un campo magnético que ejerce una fuerza de* 1 *N sobre una carga de* 1 *C que se mueve perpendicularmente al campo con una velocidad de* 1 *m/s.*

2.3. Movimiento de partículas cargadas en campos magnéticos uniformes. Aplicaciones prácticas.

Sea una partícula cargada que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético uniforme (esto es, que tiene la misma intensidad y dirección en todos sus puntos) de intensidad $\vec{B}$. Supongamos primero que **la carga se mueve en la dirección perpendicular al campo**[3], como muestra la figura. La magnitud de la fuerza magnética es,



$$F = |q| v B \sin\alpha = |q| v B \sin 90 = |q| v B$$

que, de acuerdo con la ecuación que expresa la fuerza de Lorentz, es perpendicular al campo magnético y a la velocidad, tal como indica la figura. Si la carga es positiva (de acuerdo con la regla de mano derecha) la fuerza está dirigida hacia arriba y en sentido contrario si es negativa.

Como la fuerza es perpendicular a la velocidad y su magnitud constante, su efecto consiste en cambiar uniformemente la dirección de la velocidad sin modificar su magnitud; esto, como ya sabemos, produce un movimiento circular uniforme. **La fuerza magnética es la fuerza centrípeta que obliga a la carga a seguir un movimiento circular**, así que,

$$F = mv^2/R$$

donde *R* es el radio de la circunferencia que describe la partícula. Combinando esta ecuación con $F = qvB$ obtenemos que,

$$\boxed{R = \frac{mv}{|q| B} = \frac{p}{|q| B}}$$

que prueba que el radio de la circunferencia es directamente proporcional al momento lineal de la partícula e inversamente proporcional a su carga y al campo magnético.

Como el movimiento es circular uniforme, la distancia recorrida Δs en un intervalo de tiempo Δt es,

$$\Delta s = v\,\Delta t \;\Rightarrow\; \Delta t = \Delta s/v$$

Puesto que se trata de un movimiento periódico, el periodo *T*, que es el tiempo que le lleva dar una vuelta completa (es decir, $\Delta s = 2\pi R$), es igual a,

$$T = 2\pi R/v$$

[3] Un conjunto de aspas (x) uniformemente distribuidas representan un campo uniforme dirigido hacia el papel. Un conjunto de puntos (•) indican un campo uniforme, pero dirigido hacia el lector.

y la frecuencia (*f*), que es el número de veces que completa una vuelta por unidad de tiempo, es,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi R} \Rightarrow v = 2\pi R f$$

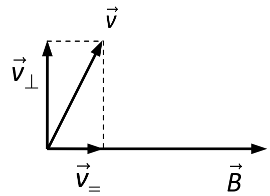
Sustituyendo el resultado en la ecuación $R = mv/|q|B$ y despejando *f* da,

$$\boxed{f = \frac{|q|B}{2\pi m}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi m}{|q|B}}$$

que prueba que la frecuencia del movimiento (y por lo tanto el periodo) no depende de la velocidad de la carga. Si la velocidad aumenta (o disminuye), de acuerdo con la ecuación $R = mv/|q|B$, también lo hace el radio y la longitud de la circunferencia que describe es mayor (o menor), lo que compensa el aumento (o disminución) de la velocidad.

La curvatura de la trayectoria de un ión en un campo magnético da un medio para determinar el signo de su carga, si conocemos la dirección y el sentido de su movimiento. Partículas con cargas opuestas llevan trayectorias que se curvan en sentidos opuestos en el interior de un campo magnético; esto se debe a que el sentido de la fuerza magnética depende del signo de la carga.

Si **una partícula cargada se mueve inicialmente en una dirección no perpendicular al campo**, podemos separar la velocidad en sus componentes paralela ($\vec{v}_=$) y perpendicular ($\vec{v}_\perp$) al campo, como se ve en la figura. La componente paralela no se ve afectada porque tiene la dirección del campo magnético; o sea,

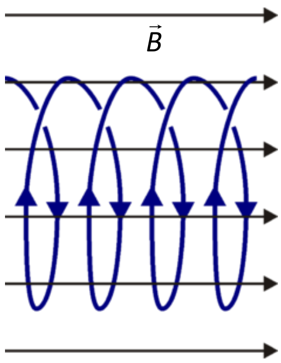


$$F_= = |q| v_= B \sin 0 = 0$$

La componente perpendicular forma un ángulo de 90º con el campo magnético, por lo que cambia continuamente de dirección pero no de magnitud,

$$F_\perp = |q| v_\perp B \sin 90 = q v_\perp B$$

El movimiento es entonces el resultante de uno uniforme paralelo al campo y otro circular alrededor de éste, cuyo radio es el dado por la ecuación,



$$R = mv/|q|B$$

La trayectoria es una hélice, según muestra la figura para una carga positiva.

Vamos a considerar ahora dos aplicaciones prácticas: *El espectrómetro de masas* y *el ciclotrón*.

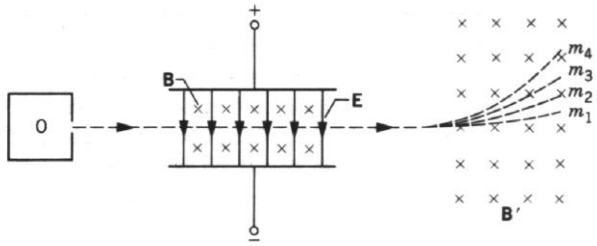
2.3.1. Selector de velocidades. Espectrómetro de masas

Es un aparato capaz de separar iones atómicos y moleculares (partículas cargadas) cuya razón "carga/masa" es diferente.

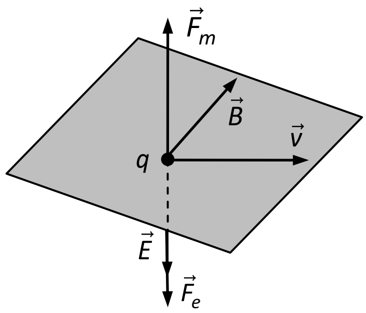
Por ejemplo, si se introducen en el aparato iones de isótopos de un mismo elemento, el aparato los separa por tener la misma carga y distinta masa.

Consideremos el dispositivo de la figura de la página siguiente, donde *O* es una fuente de partículas de la misma carga y distinta masa[4]. Las cargas (con velocidades diferentes) pasan primero por una región en la que hay un campo eléctrico y

[4]Por ejemplo, un haz de iones con varios isótopos del mismo elemento, obtenido de un vapor del material calentado, y acelerado por medio de un campo eléctrico.



otro magnético constantes y perpendiculares entre sí, denominado ***selector de velocidades***. Esto hace que sólo aquellas partículas que tengan una velocidad determinada continúen su marcha sin desviarse; el resto es desviado de su trayectoria y no alcanzan el campo magnético $\vec{B}'$ de la derecha.



El selector de velocidades actúa como se describe a continuación (ver figura). Si q es positiva, el campo eléctrico ejerce sobre ella una fuerza vertical hacia abajo; mientras que el campo magnético (perpendicular a $\vec{v}$ y a $\vec{E}$) le aplica una fuerza vertical hacia arriba (opuesta a la eléctrica). Estas fuerzas son,

$$F_e = |q| E \text{ y } F_m = |q| vB$$

El valor de la velocidad que hace que las fuerzas eléctrica y magnética sean iguales (y, por lo tanto, se anulen) se puede deducir al igualarlas; esto es,

$$|q| E = |q| vB \Rightarrow v = E/B$$

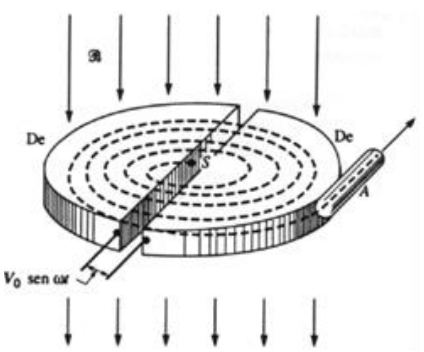
Si la velocidad de la partícula es E/B, las fuerzas eléctrica y magnética son iguales en intensidad y opuestas, por lo que la fuerza neta que actúa sobre q es cero y la partícula no se desvía de su trayectoria rectilínea. Cualquier otra partícula con velocidad diferente será desviada de su camino por los campos.

De la ecuación
$R = m\,v/q\,B$
Se deduce que al aumentar la masa también lo hace el radio de la trayectoria.

Los campos eléctrico y magnético del selector se ajustan de modo que sólo dejen pasar las partículas que lleven la velocidad que más convenga. Estas partículas alcanzan el campo magnético $\vec{B}'$ (perpendicular a $\vec{v}$ y uniforme) y de la ecuación $R = mv/|q|B$ se deduce que las trayectorias circulares de las mismas (al tener todas la misma velocidad) están determinadas sólo por su masa, lo que hace que las que tienen masas distintas sigan círculos de radio diferente. Midiendo los distintos radios[5] podemos conocer las masas de las partículas si sabemos el valor de su carga.

2.3.2. El ciclotrón

Es un acelerador que proporciona a las partículas cargadas una gran velocidad y, por lo tanto, una gran energía.



Estas partículas se emplean en experimentos de reacciones nucleares. La figura muestra el esquema básico de un ciclotrón. Consta de dos objetos metálicos huecos en forma de “D” llamados “des” que están abiertos a lo largo de sus bordes rectos. Las “des” están conectadas a un oscilador eléctrico (que crea una diferencia de potencial oscilante entre ellas) y se encuentran en el seno de un gran campo magnético uniforme perpendicular a las mismas. En el centro del aparato hay una fuente de las partículas cargadas (iones) que deseamos acelerar.

Cuando los iones están en el *espacio entre las* “des” (entrehierro) son acelerados por la diferencia de potencial que existe entre ellas, que actúan como un condensador. Entonces entran en una de las “des”, donde no experimentan la acción del campo eléctrico[6], pero sí la del campo magnético exterior que desvía la trayecto-

[5] Se pueden medir los radios haciendo incidir las cargas sobre una placa fotográfica. El revelado de la placa indica los puntos de impacto y, a partir de ellos, se determinan los distintos radios.
[6] Esto es debido a que en el interior de un conductor (cargado o descargado) el campo eléctrico siempre es nulo.

ria en línea recta de los iones a un semicírculo. Cuando las partículas alcanzan de nuevo el entrehierro (en sentido contrario), el oscilador ha invertido el sentido del campo eléctrico y las partículas se aceleran. A mayor velocidad, recorren una trayectoria de mayor radio, como lo requiere la ecuación Sin embargo, como indica la ecuación $T = 2\pi m / qB$, *el tiempo que necesitan para recorrer el semicírculo más grande es exactamente el mismo* (aumenta el recorrido y también lo hace en la misma proporción la velocidad). Ésta es la característica crítica de la operación del ciclotrón.

La frecuencia del oscilador eléctrico debe ser ajustada para que sea igual a la frecuencia del ciclotrón (determinada por el campo magnético, la carga y la masa de la partícula que va a ser acelerada); esta igualdad de frecuencias se llama ***condición de resonancia***. Si la condición de resonancia se satisface, las partículas continúan acelerándose en el entrehierro y "navegan" alrededor de los semicírculos, adquiriendo un pequeño incremento de energía en cada semivuelta, hasta que son desviadas hacia fuera del acelerador. La velocidad final de las partículas está determinada por el radio *R* en el que abandonan el acelerador,

$$R = \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow v = \frac{|q|BR}{m}$$

y la energía cinética correspondiente de las partículas es

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$$

Los ciclotrones típicos producen haces de protones con energías máximas del orden de varios centenares de MeV ($1MeV = 10^6\ eV$). Para una masa dada, los iones con cargas eléctricas mayores salen con energías que aumentan según el cuadrado de la carga, como se deduce de ecuación anterior.

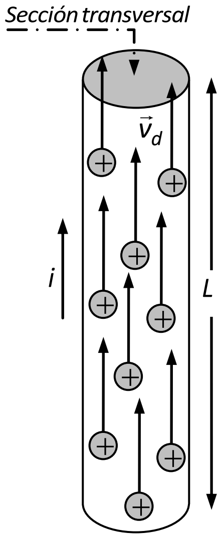
Es un tanto sorprendente que, en la ecuación, la energía dependa del campo magnético, que no participa en la aceleración de las cargas, pero que no dependa de la diferencia de potencial eléctrico que causa la aceleración. Una diferencia de potencial más grande daría a las partículas un "impulso" mayor en cada ciclo; el radio aumentaría más rápidamente, y las partículas ejecutarían menos ciclos antes de salir del acelerador. Con una diferencia de potencial menor, las partículas ejecutarían más círculos pero recibirían un impulso menor. Así, la energía es independiente de la diferencia de potencial.

2.4. Fuerza magnética sobre una corriente eléctrica

2.4.1. Movimiento de cargas dentro de un conductor

Una corriente eléctrica en un conductor metálico consiste en un flujo de cargas eléctricas. Por consiguiente, cada una de las cargas que forman la corriente estará sometida a una fuerza magnética cuando el conductor esté dentro de un campo magnético. La resultante de todas las fuerzas será la fuerza neta que actuará sobre el conductor.

Consideremos un hilo conductor por el que circula una corriente eléctrica, como ilustra la figura de la página siguiente. Se define la ***intensidad de corriente*** (*i*) *co-*



mo la cantidad de carga que pasa por una sección transversal del mismo por unidad de tiempo. Si la cantidad de carga (Δq) que pasa por la sección del conductor es directamente proporcional al tiempo (Δt), la intensidad, que es constante, se obtiene dividiendo la carga entre el tiempo; esto es,

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \text{cuando } i = cte$$

Si la carga no es directamente proporcional al tiempo, el cociente anterior da la carga que por término medio pasa por la sección del conductor en cada unidad de tiempo; es decir, la intensidad media (i_m). En este caso la intensidad varía de un instante a otro; para obtener la intensidad en un instante particular t tenemos que calcular el cociente anterior a partir dicho instante y durante un intervalo de tiempo infinitesimal. En el lenguaje matemático equivale a hallar la derivada de q respecto de t; es decir,

$$i = \frac{dq}{dt}$$

donde dt representa un intervalo de tiempo infinitesimal y dq la carga (también infinitesimal) que pasa en ese tiempo.

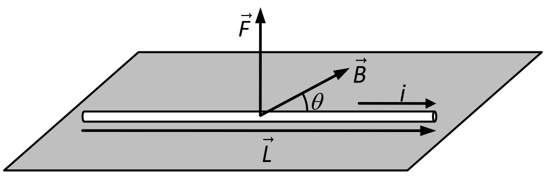
La unidad de carga en el SI es el ***amperio*** (A). Es una de las unidades fundamentales de la Física y la definiremos en el punto 2.7.

De la primera ecuación obtenemos que $\Delta q = i\,\Delta t$. Si sustituimos i y Δt por sus respectivas unidades, obtenemos la unidad de carga en el SI; o sea, el culombio,

$$1C = 1A \times 1s$$

así que *un culombio es la cantidad de carga que pasa en un segundo por una sección transversal de un conductor cuando circula una intensidad de* 1 *amperio.*

2.4.2. Fuerza magnética sobre un conductor rectilíneo



Sea un conductor rectilíneo, por el que circula una intensidad constante i, en el interior de un campo magnético uniforme de intensidad $\vec{B}$, como ilustra la figura. Si la velocidad media de las cargas que se mueven en el interior del conductor es $\vec{v}_d$, la longitud del mismo L y la carga total en movimiento Δq[7], la intensidad de la fuerza que el campo ejerce sobre el conductor es,

$$F = \Delta q v_d B \sin\theta$$

donde θ es el ángulo formado entre la dirección del movimiento de las cargas y el campo magnético, como se ve en la figura. El tiempo que le cuesta a toda la carga que hay en el interior del conductor atravesar la sección del extremo derecho del mismo (ver figura) es,

$$\Delta t = L/v_d \;\Rightarrow\; v_d = L/\Delta t$$

Si sustituimos el valor de v_d en la ecuación anterior,

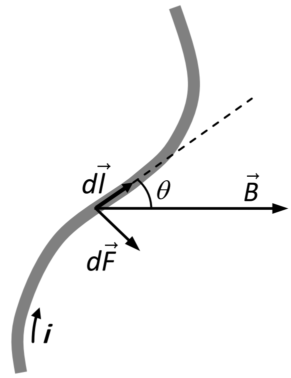
$$F = \Delta q \frac{L}{\Delta t} B \sin\theta = \frac{\Delta q}{\Delta t} L B \sin\theta$$

[7]Aunque son las cargas negativas (electrones) las que se mueven en el interior del conductor (sentido real de la corriente), el mismo efecto se tendría si se movieran las cargas positivas en el sentido opuesto. El sentido que se asigna a la corriente eléctrica (sentido convencional) es el del movimiento de las cargas positivas.

pero como $i = \Delta q/\Delta t$, entonces

$$\boxed{F = iLB\sin\theta}$$

En el caso particular, pero importante, de que el conductor y el campo sean perpendiculares, $F = ILB$ ya que $\theta = 90º$ y $\sin 90 = 1$.



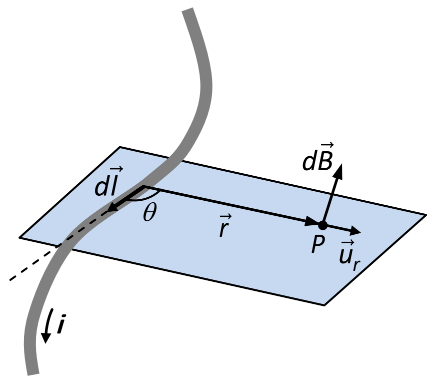
Si definimos el vector $\vec{L}$ de modo que su dirección sea la del conductor, su sentido el de i y su módulo igual a la longitud del conductor, entonces se cumple la relación vectorial,

$$\boxed{\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}}$$

Para calcular la fuerza en el caso de un conductor no rectilíneo o un campo no uniforme, necesitamos recurrir al cálculo diferencial e integral. La técnica consiste en dividir de forma imaginaria al conductor en elementos de longitud infinitesimal dl, de modo que los podamos considerar rectos y el campo uniforme en ellos, como se ve en la figura.

2.5. Campo magnético creado por una corriente eléctrica. Teorema de Ampère.

2.5.1. Campo magnético creado por un elemento de corriente.



Sea un conductor por el que circula una corriente de intensidad i, como ilustra la figura, y consideremos, en un punto arbitrario, un elemento del mismo de longitud infinitesimal dl. Experimentalmente se comprueba que dl crea un campo magnético elemental ($d\vec{B}$) cuyo valor en un punto P viene dado por la expresión,

$$d\vec{B} = k\frac{i\,d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

donde $d\vec{l}$ es un vector de módulo dl, orientado en la dirección del conductor y de sentido el de la intensidad de corriente i, r es la distancia entre el punto P y $d\vec{l}$ y $\vec{u}_r$ un vector unitario de la misma dirección y sentido que $\vec{r}$ (vector de posición de P respecto a $d\vec{l}$), como se aprecia en la figura. Puesto que $d\vec{l} \times \vec{u}_r$ es un producto vectorial, la dirección de $\vec{B}$ es la perpendicular al plano formado por $d\vec{l}$ y $\vec{r}$, y el sentido viene dado por la regla de la mano derecha. En la ecuación, k es una constante de proporcionalidad que depende del medio en el que nos encontremos; en el vacío la designamos como k_0. La ecuación recibe el nombre de ley de ***Biot y Savart*** por ser estos investigadores quienes la formularon.

La magnitud del campo (teniendo en cuenta la definición de producto vectorial) viene dada por,

$$dB = k\frac{i\,dl\sin\theta}{r^2}$$

donde θ es el ángulo formado por $d\vec{l}$ y $\vec{r}$.

Para calcular el campo magnético creado en el punto P por todo el conductor tenemos que sumar los campos infinitesimales creados por cada uno los elementos $d\vec{l}$ del conductor, lo que requiere la ayuda del cálculo diferencial e integral.

El campo magnético, al igual que el eléctrico, cumple el principio de superposición; es decir, si se superponen varios campos magnéticos en un punto, el campo resultante es la suma vectorial de los campos magnéticos componentes.

Puesto que todavía no hemos definido la unidad de intensidad de corriente, tenemos dos opciones para asignar un valor a la constante *k*:
(1) dar un valor conveniente a *k* en el vacío, y usar la ley de la fuerza que se ejercen dos corrientes para definir la unidad de corriente.
(2) definir primero la unidad de corriente y luego determinar el valor de *k* en el vació por experimentación.

Elegimos la opción (1) y le asignamos a *k* el valor exacto de 10^{-7} $T{\cdot}m/\mathrm{A}$ en el vacío. Sin embargo, por razones de cálculo, una forma más conveniente de escribir *k* es,

$$k = \mu/4\pi$$

donde μ es una nueva constante llamada ***permeabilidad magnética***. Los valores de las constantes en el vacío se representan como k_0 y μ_0, por lo que,

$$k = \mu/4\pi = 10^{-7}\ T\cdot m/A \ \Rightarrow\ \mu_0 = 4\pi\cdot k = 4\pi 10^{-7}\, T\cdot m/A$$ [8]

La permeabilidad de un medio material particular es distinta de la del vacío y característica de ese medio. Ciertos materiales, que reciben el nombre de ***ferromagnéticos***, tienen una permeabilidad mucho mayor que la del vacío y son fuertemente atraídas por los imanes. Tienen un interés especial porque los campos magnéticos en su interior son muchísimo más intensos que en el vacío; ello permite obtener campos muy grandes a partir de corrientes eléctricas, que no podrían ser obtenidos de otro modo. Por ejemplo, la permeabilidad magnética de una variedad del hierro, llamada "hierro dulce", (que es uno de estos materiales) es unas 5.000 veces mayor que la del vacío, por lo que el campo en su interior es también 5.000 veces mayor. Por desgracia, la permeabilidad de los materiales ferromagnéticos disminuye al aumentar la intensidad del campo magnético, de modo que éste no puede sobrepasar un cierto valor límite.

Hay sustancias que son atraídas débilmente por los campos magnéticos, reciben el nombre de ***paramagnéticas*** y su permeabilidad es algo mayor que la del vacío; el aluminio es un ejemplo de este tipo de sustancias. Otros materiales, por el contrario, son repelidos débilmente por los campos magnéticos, se denominan ***diamagnéticas*** y su permeabilidad es algo menor que la del vacío; el cobre, la plata y el plomo se encuentran entre ellos.

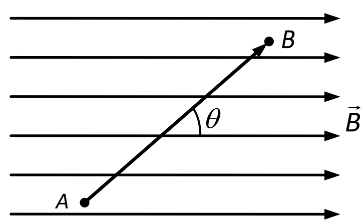
2.5.2. Circulación del campo magnético

Sea un campo magnético uniforme de inducción $\vec{B}$ y una línea recta en su interior, como ilustra la figura de la página siguiente. La circulación del campo (*C*) desde el punto *A* hasta el *B* a lo largo de la recta se define como,

---

[8] La constante de permeabilidad μ desempeña un papel en el cálculo de los campos magnéticos similar al de la constante de pemitividad ε al calcular los campos eléctricos. Las dos constantes no son independientes entre sí, sino que se relacionan a través de la velocidad de la luz (*c*), de modo que en el vacío, $c = (\mu_0\varepsilon_0)^{1/2.}$ Por lo tanto, *no estamos en libertad de elegir arbitrariamente ambas constantes*; y no lo hemos hecho. Se ha elegido de modo arbitrario el valor de la permeabilidad, pero no el de la permitividad. En efecto, el caso del campo eléctrico se obtuvo el valor de la constante que aparece en la ley de Coulomb por experimentación, una vez definida la unidad de carga eléctrica.

$$C_A^B = BL\cos\theta \quad (1)$$



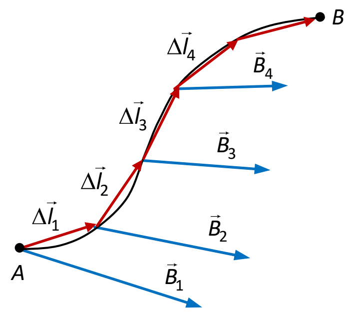
donde B es la magnitud de la inducción magnética, L la longitud del segmento de recta $\overline{AB}$ y θ el ángulo que forman $\vec{B}$ y la recta (orientada de A a B).

Si definimos el vector $\vec{L}$ de modo que su módulo coincida numéricamente con la longitud del segmento de recta, de dirección la de la recta y de sentido de A a B; podemos expresar la circulación por el siguiente producto escalar,

$$C_A^B = \vec{B}\cdot\vec{L}$$

En el SI el campo magnético se mide en T y la longitud en m, por lo que la unidad de la circulación es el $T{\cdot}m$.

Si el campo no es constante y/o la línea no es recta, tenemos que proceder como lo hicimos en el tema Introducción a la Física para hallar el trabajo de una fuerza variable.



Queremos calcular la circulación de un campo magnético que es función de la posición $\vec{B}(x,y,z)$ a lo largo de una línea curva L desde A hasta B, como se ve en la figura. Si dividimos S en n pequeños trozos de longitud Δl_i, vemos que:

1. El campo varía poco en ellos, pues su valor depende de la posición y los trozos son pequeños; es decir, $\vec{B}$ es aproximadamente contante en cada trozo.
2. Al ser los trozos pequeños, éstos se acercan a segmentos de recta. Entonces podemos definir los vectores $\Delta\vec{l}_i$ tal como se indica en la figura.

Entonces, si aplicamos la ecuación $C_A^B = \vec{B}\cdot\vec{L}$ al trozo 1 (ver figura), tenemos que la circulación a través de él es, aproximadamente,

$$C_1 \approx \vec{B}_1\cdot\Delta\vec{L}_1$$

y la circulación del campo a lo largo de la línea curva L es aproximadamente,

$$C_A^B = C_1 + C_2 + \cdots + C_n \approx \vec{B}_1\cdot\Delta\vec{l}_1 + \vec{B}_2\cdot\Delta\vec{l}_2 + \cdots + \vec{B}_n\cdot\Delta\vec{l}_n = \sum_i \vec{B}_i\cdot\Delta\vec{l}_i$$

Para llevar a cabo una aproximación mejor podemos dividir L en un número mayor de trozos, de modo que cada Δl_i sea menor y la variación de $\vec{B}_i$ en cada intervalo más pequeña. Está claro que podemos obtener mejores aproximaciones tomando Δl_i más pequeños cada vez, con el fin de tener mayor número de intervalos. Alcanzaremos el *resultado exacto* para la circulación del campo a lo largo de L si calculamos, en lugar de la suma, *el límite de la suma cuando todos los* Δl_i *tienden a cero* (lo que implica que el número n de intervalos tiende a infinito); esto es,

$$C_A^B = \lim_{\Delta l_i\to 0}\sum_i \vec{B}_i\cdot\Delta\vec{l}_i$$

que en el lenguaje matemático se conoce como *integral de la función vectorial* $\vec{B}(x,y,z)$ *a lo largo de la línea* L. Se expresa como,

$$C_A^B = \int_A^B \vec{B}\cdot d\vec{l} \quad \text{ó} \quad C = \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l}$$

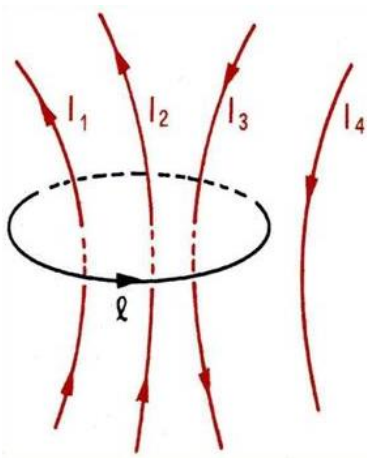
según que L sea una línea abierta o cerrada, respectivamente. En el caso de que la L sea cerrada, es importante tener en cuenta que hay que darle a L una orientación para indicar el sentido de $d\vec{l}$.

Al igual que en el trabajo de una fuerza variable, podemos interpretar a $d\vec{l}$ como un elemento infinitesimal de longitud en el que $\vec{B} = cte$; por lo que podemos aplicar la ecuación de la circulación de un campo constante a lo largo de una recta,

$$dC = \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

donde dC representa la circulación (infinitesimal) del campo $\vec{B}$ a lo largo de dl en un lugar particular de la línea *L*. La integral se interpreta entonces como la suma de todas las circulaciones infinitesimales extendida a lo largo de *L*.

2.5.3. Ley de Ampère



El Físico y Matemático francés André Marie Ampere formuló en 1828 la lay que lleva su nombre, ***ley de Ampere***, que se puede enunciar así,

La circulación de un campo magnético alrededor de una línea cerrada arbitraria y orientada C es igual a la permeabilidad del medio multiplicada por la intensidad de la corriente neta que atraviesa el área encerrada por C.

Su expresión matemática es,

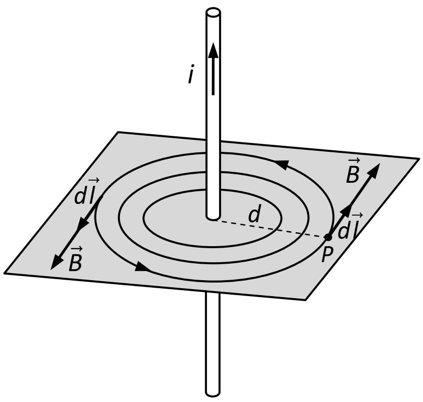
$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu \sum i}$$

El signo de cada corriente viene dado por la **regla de la mano derecha** aplicada del siguiente modo (ver figura): se cierran los dedos de la mano derecha de modo que sigan en sentido de la orientación de la curva, entonces el pulgar indica el sentido de las corrientes positivas. En el caso de la figura, $\sum i = i_1 + i_2 - i_3$.

La ley de Ampere para campos magnéticos es análoga a la de Gauss para los campos eléctricos. Al igual que ésta, permite calcular fácilmente campos magnéticos creados por corrientes con simetría elevada, siempre que la simetría permita determinar la dirección y el sentido de $\vec{B}$ en los puntos de la línea cerrada elegida para hallar la integral.

2.6. Campos magnéticos creados por un conductor rectilíneo, una espira circular y un solenoide

Vamos a calcular los campos magnéticos creados por algunas corrientes particulares de gran importancia teórica y práctica.



2.6.1. Conductor rectilíneo indefinido

La figura muestra un conductor rectilíneo e indefinido que transporta una corriente de intensidad *i*. El problema tiene simetría cilíndrica, lo que significa que:

- De acuerdo con la ley de Biot y Savart, por ser las líneas de inducción cerradas, si consideramos una circunferencia de radio *d* centrada en el conductor, $\vec{B}$ ha de ser tangente a la circunferencia en todos sus puntos, por lo que $\vec{B}$ y $d\vec{l}$ son paralelos.
- La magnitud de $\vec{B}$ en cada punto solo puede depender de su distancia al conductor; por lo tanto $B = cte$ en todos los puntos de la circunferencia.

Orientamos la circunferencia aplicando la regla de la mano derecha, lo que nos da el sentido de $\vec{B}$ que, como se ve en la figura, es el mismo que el de $d\vec{l}$. Aplicando la ley de Ampère a lo largo de la circunferencia,

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint B\,dl\cos 0 = \oint B\,dl = \mu i$$

pero como *B* es constante,

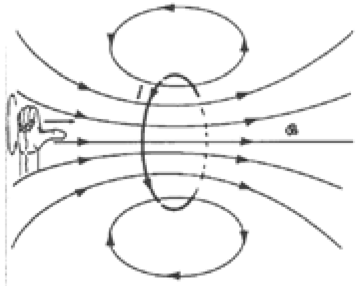
$$\oint B\,dl = B\oint dl = \mu i$$

pero la integral que queda expresa la suma de los elementos *dl* extendida a toda la circunferencia, cuyo resultado es la longitud de la misma; o sea, $2\pi d$. Así pues,

$$B\oint dl = B2\pi d = \mu i \;\Rightarrow\; \boxed{B = \frac{\mu i}{2\pi d}}$$

Observa en la figura que si orientamos el pulgar en el sentido de la intensidad de corriente, la regla de la mano derecha nos da el sentido del campo magnético.

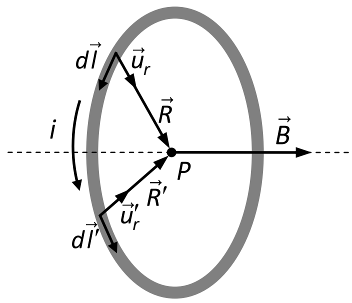
2.6.2. Espira circular



La figura muestra las líneas de inducción de una corriente circular de intensidad *i*. Tienen simetría axial respecto a la línea horizontal que pasa por el centro de la espira y en los puntos del plano de la espira son perpendiculares al mismo. La orientación de las líneas de inducción se obtiene con la regla de la mano derecha, según se ve en la figura; es decir, se cierran los dedos de la mano derecha en el sentido de la intensidad de corriente y el pulgar indica el sentido de las líneas.

De acuerdo con la ley de Biot y Savart,

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi}\frac{i\,d\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2}$$



las orientaciones de las contribuciones $d\vec{B}$ en el punto *P* situado en el centro de la espira son las mismas para todos los elementos *dl* del conductor, como se ve en la figura. Ésta es la dirección del producto vectorial $d\vec{l}\times\vec{u}_r$. Por lo tanto, el campo en *P* es la suma *algebraica* de las contribuciones de todos los elementos *dl* del conductor, que se puede reemplazar por la correspondiente integral. Para obtener el campo en este punto no es necesario resolver la integral. La simetría del problema permite obtenerlo de un modo muy sencillo. En efecto, tenemos que,

$$B = \sum dB_i = \sum \frac{\mu}{4\pi}\frac{idl}{R^2}$$

ya que el ángulo formado por el vector $d\vec{l}$ de cualquier elemento de corriente y el vector $\vec{u}_r$ (que tiene la orientación del vector $\vec{R}$, ver figura) es de 90º y $\sin 90 = 0$. Como *R*, que es el radio de la espira, $\mu/4\pi$ e *i* son constantes, pueden salir fuera del sumatorio, con lo que queda que,

$$B = \frac{\mu}{4\pi}\frac{i}{R^2}\sum dl$$

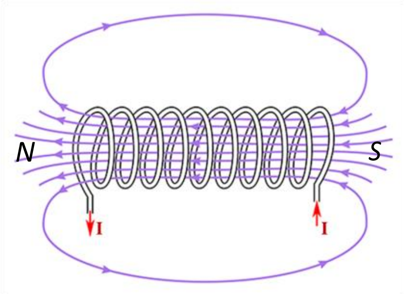
pero la suma de los elementos *dl* extendida a toda la espira no es más que la longitud de la misma que, al ser una circunferencia, vale $2\pi R$; por lo tanto tenemos,

$$B = \frac{\mu}{4\pi}\frac{i}{R^2}2\pi R \;\Rightarrow\; \boxed{B = \frac{\mu i}{2R}}$$

que indica que el campo en el centro de la espira es directamente proporcional a la intensidad de corriente (i) e inversamente proporcional a su radio (R), siendo $\mu/2$ la constante de proporcionalidad.

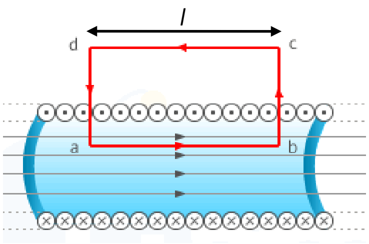
2.6.3. Solenoide

*Un **solenoide** es una bobina de conductor eléctrico formada por muchas espiras circulares del mismo radio, arrolladas alrededor de un cilindro, por las que circula una corriente i.*



En un solenoide de muchas espiras y suficientemente largo, el campo magnético en el exterior del mismo, salvo en los dos extremos, es prácticamente nulo comparado con el de su interior.

La figura superior muestra las líneas de inducción de un solenoide, que entran por el polo sur y salen por el norte. La simetría de los campos magnéticos creados por las espiras hace que el campo sea paralelo al eje del solenoide en el interior del mismo y, en puntos alejados de los extremos, prácticamente constante.

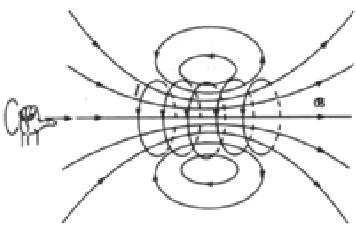


En la figura central se ha dibujado una sección longitudinal del solenoide en la que se ven los conductores como puntos cuando la corriente sale de la página y como cruces cuando entra. Para aplicar la ley de Ampere usamos el rectángulo *abcd*, de modo que la circulación alrededor del rectángulo tiene cuatro contribuciones, una por cada lado. Pero en el lado *cd* el campo es nulo, y en los lados *da* y *bc* el campo es perpendicular a $d\vec{l}$, por lo que,

$$\vec{B}\cdot d\vec{l} = B\,dl\cos 90 = 0$$

Así pues solo queda el lado *ab*, de longitud *l*, en el que $B = cte$, por lo tanto,

$$\oint_{abcd}\vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{ab}\vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{ab}B\,dl\cos 0 = \int_{ab}B\,dl = B\int_{ab}B\,dl = Bl$$



Observa en la figura que, al igual que en la espira, cerrando los dedos de la mano derecha en el sentido de la corriente, el pulgar indica el sentido del campo magnético.

La intensidad de corriente neta que abraza el rectángulo *abcd* es $N'i$, donde N' es el número de espiras dentro del cuadrado e *i* la intensidad que circula por cada espira. Por lo tanto, al aplicar la ley de Ampère tenemos que,

$$\oint_{abcd}\vec{B}\cdot d\vec{l} = Bl = \mu N'i$$

Si *N* es el número total de espiras y *L* la longitud del solenoide, $n = N/L$ expresa el número de espiras por unidad de longitud; así que,

$$N' = n\,l = (N/L)\,l$$

por lo que,

$$Bl = \mu N'i = \mu(N/L)\,l\,i \;\Rightarrow\; \boxed{B = \frac{\mu N i}{L}}$$

que expresa que el campo magnético en puntos del interior del solenoide, alejados de los extremos es proporcional a la intensidad de corriente (I) y al número de espiras por unidad de longitud (n), siendo μ la constante de proporcionalidad.

En los extremos del solenoide el valor del campo es la mitad que en el centro. La razón es sencilla, si un solenoide largo se divide en dos mitades, el campo magnético en el extremo común es la suma de los campos producidos por las dos mitades, por lo que cada uno debe ser la mitad del valor original.

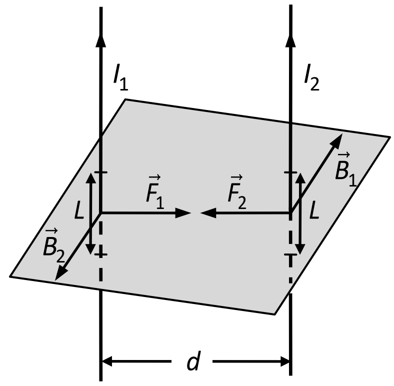
Si en el interior de un solenoide se introduce un núcleo de hierro dulce o de cualquier otro material ferromagnético (es decir, de permeabilidad magnética elevada), el campo magnético creado por aquel aumenta extraordinariamente.

Un solenoide (o bobina eléctrica) arrollado sobre un núcleo de material ferromagnético se denomina ***electroimán****.*

Hay que subrayar que un electroimán se comporta como un imán mientras circula corriente eléctrica por el solenoide.

2.7. Interacciones entre corrientes rectilíneas paralelas. Definición de amperio

Supongamos dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos separados una distancia *d* y por los que pasan corrientes i_1 e i_2 en el mismo sentido, como muestra la figura. Como cada conductor se encuentra en el campo magnético creado por el otro, ambos están sometidos a una fuerza magnética.



Las ecuaciones que expresan el campo magnético creado por un conductor indefinido y la fuerza que un campo magnético ejerce sobre una corriente eléctrica rectilínea permiten deducir que *dos conductores paralelos e indefinidos por los que circulan corrientes de igual sentido se ejercen una fuerza de atracción. Si la corriente circula en sentidos opuestos, la fuerza es de repulsión*.

Como se ve en la figura, una longitud *L* del conductor 1 está sometido a una fuerza $\vec{F}_1$ de intensidad igual a,

$$F_1 = i_1 L B_2 \sin 90 = i_1 L B_2$$

donde i_1 es la intensidad que circula por él y $\vec{B}_2$ el campo magnético creado por el conductor 2. Como el campo creado por el conductor 2 en los puntos en los que se encuentra el 1, suponiendo que el medio es aire ($\mu = \mu_0$), viene dado por,

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$$

queda, sustituyendo en la ecuación anterior, que,

$$F_1 = i_1 L \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi} i_1 i_2 \frac{L}{d}$$

que expresa la intensidad de la fuerza que actúa sobre una longitud *L* del conductor 1 en función de esa longitud, las intensidades y la distancia de separación entre 1 y 2. De la simetría del problema se deduce que la misma longitud *L* del conductor 2 está sometido a una fuerza de intensidad,

$$F_2 = i_2 L \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi} i_2 i_1 \frac{L}{d}$$

F_1 y F_2 tienen la misma intensidad, la misma dirección y sentidos opuestos (como lo requiere la 3ª ley de Newton); es decir,

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \Rightarrow F_1 = F_2$$

De las ecuaciones anteriores de deduce que la fuerza que actúa por unidad de longitud sobre cualquiera de los dos conductores es,

$$\frac{F_1}{L}=\frac{F_2}{L}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_2 i_1}{d} \quad (1)$$

El hecho de que dos conductores paralelos se ejerzan fuerzas de atracción o de repulsión se ha utilizado para la definición del *amperio* (*A*), que es la unidad de intensidad de corriente en el SI y también una de las siete unidades fundamentales de este sistema.

Un amperio es la intensidad de corriente que circulando por dos conductores paralelos e indefinidos separados una distancia de 1 *m en el vacío ejerce sobre cada conductor una fuerza de* $\mu_0/2\pi = 2\cdot 10^{-7}$ *N por metro de longitud del conductor.*

Observa que el valor de $k_0=\mu_0/4\pi=10^{-7}\,T\cdot m/A$ ya se ha asignado; por lo tanto, $\mu_0/2\pi=2\cdot 10^{-7}$. Así pues, la definición de amperio queda automáticamente establecida mediante la ecuación (1). En efecto, al sustituir en la ecuación cada magnitud por su unidad en el SI, tenemos,

$$\frac{F}{L}=2\cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}\times\frac{1A\times 1A}{1m}=2\cdot 10^{-7}\,N/m$$

2.8. Analogías y diferencias entre los campos eléctrico y magnético

Aunque las interacciones eléctrica y magnética son sólo dos aspectos distintos de la misma propiedad de la materia (la carga eléctrica), los campos eléctrico y magnético presentan más diferencias que analogías.

Las analogías y diferencias entre ambos son las siguientes:

Analogías

- Ambos campos son originados por cargas eléctricas y ejercen fuerzas sobre cargas eléctricas.
- La intensidad de las interacciones depende del medio material.
- Ambas fuerzas pueden ser de atracción o de repulsión.
- En los dos campos existen dipolos cuyo efecto depende de la distancia. Las líneas de fuerza de los mismos son similares.

Diferencias

- Los campos eléctricos los crean cargas en reposo y los magnéticos cargas en movimiento.
- La intensidad del campo magnético, al igual que la eléctrica, depende del medio; pero, según el tipo de material, puede ser menor, mayor o mucho mayor que en el vacío.
- La intensidad del campo eléctrico representa una fuerza, lo que no ocurre con la intensidad del campo magnético.
- El campo magnético no es conservativo. Una consecuencia de ello es que las líneas de campo magnéticas son cerradas; mientras que las del campo eléctrico son abiertas.
- Puesto que el campo magnético no es conservativo, no podemos definir una función potencial magnética.

- No existen polos magnéticos aislados, lo que no permite definir una unidad carga magnética. En el campo eléctrico existen "polos eléctricos" aislados: las cargas eléctricas, lo que permite definir una unidad de carga eléctrica.
- En el campo eléctrico las fuerzas entre cargas del mismo signo son de repulsión. En el campo magnético las fuerzas entre corrientes rectilíneas del mismo sentido son de atracción.
- Los campos eléctricos ejercen fuerzas sobre las carga en reposo en un sistema de referencia inercial. La interacción de un campo magnético sobre una carga en reposo es siempre nula.